

**LIGA DE ENSINO DO RIO GRANDE DO NORTE
FACULDADE NATALENSE PARA O DESENVOLVIMENTO
DO RIO GRANDE DO NORTE**

ALESSANDRO DE ALBUQUERQUE APOLINÁRIO

**ANÁLISE DA COMPOSIÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS UTILIZANDO
A TÉCNICA DA MAXIMIZAÇÃO DA MÉDIA GEOMÉTRICA**

**NATAL / RN
2009**

ALESSANDRO DE ALBUQUERQUE APOLINÁRIO

ANÁLISE DA COMPOSIÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS UTILIZANDO
A TÉCNICA DA MAXIMIZAÇÃO DA MÉDIA GEOMÉTRICA

FARN
BIBLIOTECA

**ANÁLISE DA COMPOSIÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS UTILIZANDO
A TÉCNICA DA MAXIMIZAÇÃO DA MÉDIA GEOMÉTRICA**

Monografia do Curso de MBA em Administração Financeira da Faculdade Natalense
para o Desenvolvimento do Rio Grande do Norte

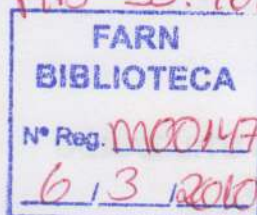
(X) aprovada com nota 7,0 em 17 de maio de 2009

Monografia apresentada ao Curso de Pós-Graduação MBA em Administração Financeira da Faculdade Natalense para o Desenvolvimento do Rio Grande do Norte como requisito obrigatório para obtenção do grau de Especialista em Gestão Financeira.

Orientador: Aluizio Alberto (Msc.)

**NATAL / RN
2009**

RB-33.468



336.76

A664a

2009

ex. 01

Catálogo na Publicação – Biblioteca da FARN
Setor de Processos Técnicos

Apolinário, Alessandro de Albuquerque.

Análise da composição de carteiras de investimentos utilizando a técnica da maximização da média geométrica / Alessandro de Albuquerque Apolinário. – Natal: FARN, 2009.

62f.

Orientador: Aluizio Alberto (Msc.)

Monografia (Especialização MBA em Administração Financeira) – Faculdade Natalense para o Desenvolvimento do Rio Grande do Norte.

1. Mercado Financeiro – Monografia. 2. Investimento Financeiro – Monografia. 3. Rico Financeiro – Monografia I. Título.

RN/FARN/BC

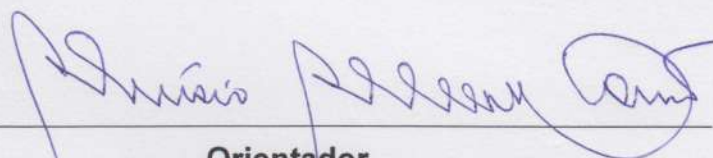
CDU 336.76

ALESSANDRO DE ALBUQUERQUE APOLINÁRIO

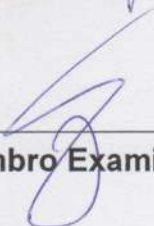
ANÁLISE DA COMPOSIÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS UTILIZANDO
A TÉCNICA DA MAXIMIZAÇÃO DA MÉDIA GEOMÉTRICA

Monografia do Curso de MBA em Administração Financeira da Faculdade Natalense
para o Desenvolvimento do Rio Grande do Norte,

(X) aprovada com a nota: Nove (9,0) não obtendo aprovação, em 09 de
12 de 2009, avaliada pela banca examinadora composta pelos seguintes
membros:



Orientador



Membro Examinador

AGRADECIMENTOS

Esta monografia jamais poderia ter sido escrita sem as importantes contribuições de várias pessoas e sem o apoio incondicional de toda a minha família.

Agradecimentos especiais a:

- Emerson Capistrano - pela dedicação e pelos momentos cruciais desta grande batalha, meu grande amigo e irmão.
- José Martins - pelos momentos de descoberta e grandes debates intelectuais durante toda a jornada, meu amigo.
- Tiago Cobo - por ter sido um exemplo de caráter e superação ao longo destes anos, nos honrando em ser seu amigo.

A Deus, pela sua infinita sabedoria.

À minha esposa, a minha fonte de inspiração.

A meu pai, o homem mais corajoso que eu conheço.

À minha mãe, a mulher mais generosa que eu conheço.

AGRADECIMENTOS

Esta monografia jamais poderia ter sido escrita sem as importantes contribuições de várias pessoas e sem o apoio irrestrito de toda a minha família.

Agradecimentos especiais a:

- Ermerson Capistrano - pela dedicação e pelos momentos cruciais desta grande batalha, meu grande amigo e irmão.
- José Martins – pelos momentos de descontração e grandes debates intelectuais desenvolvidos ao longo destes anos, meu amigo.
- Tiago Cóbe – por ter sido um exemplo de carácter e superação ao longo destes anos, nos honrando em ser seu amigo.

RESUMO

Nos dias atuais, o mercado financeiro desperta cada vez mais o interesse por parte de potenciais investidores, mas ainda existe muitas incertezas e um certo temor, até mesmo entre os acadêmicos, quando se trata de finanças, investimentos ou risco. O presente estudo tem como finalidade apresentar o mercado financeiro, aprofundando o seu conhecimento, de modo a demonstrar que esse mercado é direcionado para todos aqueles que desejam poupar de forma mais rentável possível. Considerando que o Brasil precisa de poupança e as empresas necessitam de capital menos oneroso, convém ao investidor diversificar seus investimentos, compondo uma carteira que satisfaça ao mesmo tempo o risco que se deseja incorrer, e o retorno que se espera alcançar. Portanto, uma das técnicas possíveis para a composição de uma carteira é a maximização da média geométrica. Dessa forma, abordar-se-á de forma prática a demonstração e as implicações decorrentes da composição da carteira, utilizando a técnica supracitada.

Palavras-chaves: Mercado Financeiro. Investimentos. Risco.

ABSTRACT

Nowadays, the financial market is increasingly attracting interest from potential investors but there is still much uncertainty and some fear, even among academics when it comes to finances, investment or risk. The present study is to present the financial market, deepening your knowledge in order to demonstrate that the market is directed to all those who want to save more cost-effectively as possible. Considering that Brazil needs to savings and businesses need capital more expensive, the investor should diversify their investments, making up a portfolio that meets both the risk you want to incur, and the return is expected to achieve. Therefore, one of the possible techniques for the composition of a portfolio is to maximize the geometric mean. Thus, addressing will be a practical demonstration and the implications of the portfolio, using the technique described above.

Keywords: Financial Market. Investments. Risk.

2.1.2 Autoridades Monetárias do Sistema Financeiro Nacional (SFN)	14
2.1.2.1 Conselho Monetário Nacional	14
2.1.2.2 Banco Central do Brasil	14
2.1.2.3 Comissão de Valores Mobiliários (CVM)	15
2.1.3 Principais Instituições Financeiras	16
2.2 SEGMENTAÇÃO DO MERCADO FINANCEIRO	18
2.3 MERCADO PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO	17
2.4 O MERCADO DE CAPITAIS	18
2.4.1 Conceito	18
2.4.2 As Bolsas de Valores e a Bovespa	18
2.4.2.1 Histórico	18
2.4.2.2 Conceito	19
2.4.2.3 A Bovespa	20
2.4.3 O Mercado de Balcão	21
2.5 ATIVOS FINANCEIROS	21
2.5.1 Ações	22
2.5.1.1 Classificação de Ações	23
2.5.1.2 Os Índices das Bolsas de Valores e o Ibovespa	23
2.5.2 Dólar	25
2.5.3 Ouro	26
2.5.4 Boi Gordo	26
2.5.5 Saja	27
2.5.6 CDB e RDB	27

SUMÁRIO

2.5.7 CDI	28
2.5.8 Caderneta de Poupança	28
1 INTRODUÇÃO	09
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMÁTICA	09
1.2 OBJETIVOS	10
1.2.1 Geral	10
1.2.2 Específicos	11
1.3 JUSTIFICATIVA	11
2 REFERENCIAL TEÓRICO	13
2.1 O SISTEMA FINANCEIRO	13
2.1.1 Conceito	13
2.1.2 Autoridades Monetárias do Sistema Financeiro Nacional (SFN)	14
2.1.2.1 Conselho Monetário Nacional	14
2.1.2.2 Banco Central do Brasil	14
2.1.2.3 Comissão de Valores Mobiliários (CVM)	15
2.1.3 Principais Instituições Financeiras	16
2.2 SEGMENTAÇÃO DO MERCADO FINANCEIRO	16
2.3 MERCADO PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO	17
2.4 O MERCADO DE CAPITALIS	18
2.4.1 Conceito	18
2.4.2 As Bolsas de Valores e a Bovespa	18
2.4.2.1 Histórico	19
2.4.2.2 Conceito	19
2.4.2.3 A Bovespa	20
2.4.3 O Mercado de Balcão	21
2.5 ATIVOS FINANCEIROS	21
2.5.1 Ações	22
2.5.1.1 Classificação de Ações	23
2.5.1.2 Os Índices das Bolsas de Valores e o Ibovespa	23
2.5.2 Dólar	25
2.5.3 Ouro	26
2.5.4 Boi Gordo	26
2.5.5 Soja	27
2.5.6 CDB e RDB	27

2.5.7 CDI	28
2.5.8 Caderneta de Poupança	28
2.6 RISCO E INCERTEZA	28
2.6.1 Risco Sistemático ou Não-Diversificável	29
2.6.2 Risco Não-Sistemático ou Diversificável	29
2.7 MODERNA TEORIA DE CARTEIRAS	30
2.7.1 Conceito e Histórico	30
2.7.2 Variância e Desvio-Padrão	31
2.7.2.1 Coeficiente e Correlação e Covariância	32
2.7.2.2 Variância da Carteira	34
2.7.3 Retorno Esperado	35
2.7.4 Diversificação	35
2.7.5 Fronteira Eficiente	37
2.8 MEDIDAS DE POSIÇÃO	38
2.8.1 Conceito	38
2.8.2 A Média Aritmética	39
2.8.3 A Média Ponderada	39
2.8.4 A Média Harmônica	40
2.8.5 A Média Geométrica	40
2.9 MAXIMIZAÇÃO DA MÉDIA GEOMÉTRICA EM CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS	41
2.9.1 As Duas Aproximações da Metodologia de Markowitz	42
3 METODOLOGIA	46
3.1 TIPO DE PESQUISA	46
3.2 POPULAÇÃO-ALVO E AMOSTRA	46
3.3 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS	49
3.4 TRATAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS	49
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS	50
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
REFERÊNCIAS	54
APÊNDICE	56
ANEXOS	59

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E PROBLEMÁTICA

O período de pujança que atravessou a economia na última década foi interrompido com a grave crise financeira que eclodiu no segundo semestre de 2008, marcado segundo Assaf (2009, p. 32) “[...] pela série de eventos que ocorreram com a globalização da economia, como a ampla desregulação do setor financeiro, redução dos juros, alta liquidez dos agentes econômicos, forte aumento da competitividade”, dentre outras causas levantadas pelos analistas de mercado.

No início desta crise financeira, as Bolsas de Valores se comportaram de maneira volátil, desvalorizando as ações e afetando os investidores, pela formação de perdas consideráveis, e as empresas em busca de fontes de financiamento. Mas, com a economia mundial apresentando sinais de recuperação no segundo semestre de 2009, o mercado financeiro vem contribuindo paulatinamente nesta retomada do crescimento econômico.

Vale salientar que o presente trabalho delinear o período de 2001 a 2002 por se tratar de um momento onde a conjuntura econômica apresentava sinais de expansão e estabilidade, onde havia oferta de crédito, taxas de juros reduzidas, e investidores aptos a incorrer em ativos com maior grau de risco com o objetivo de alcançar maiores rentabilidades.

Dessa forma, cabe ressaltar que o mercado financeiro propicia meios para o desenvolvimento sustentável da nação, criando crédito barato aos empreendedores e bons retornos financeiros aos investidores. Dessa forma, faz-se necessário desmistificar o mercado principalmente para os pequenos investidores, que buscam o conhecimento de novos modelos de negócio, e outras oportunidades de investimento.

O Sistema Financeiro Nacional e o mercado buscam diligentemente a eficiência. O desenvolvimento de novos modelos, a validação científica dos mesmos, a observação das séries históricas e a verificação de métodos desenvolvidos por outros mercados fazem parte conjuntamente dessa busca.

1.2.2 *Expo* A avaliação do risco de um ativo ou de uma carteira de ativos pode-se dar de várias formas, seguindo diversos modelos estatísticos. Tradicionalmente se avalia o risco dos ativos através da variância ou desvio-padrão. Todavia, existem outros métodos como o *downside risk*, que se vale do uso da semivariância para análise do risco em caso de distribuições probabilísticas não-simétricas e normais.

Dentro da teoria moderna da composição de carteiras surgiram também modelos consistentes para a avaliação do retorno esperado de um portfólio de investimentos. Portanto, dentro desse contexto surgem as propostas da Maximização da Média Geométrica e também a da Diversificação Eficiente de Markowitz.

Em face ao exposto, o presente trabalho tem como problemática analisar a técnica da maximização da média geométrica na rentabilidade em carteiras de investimentos, colocando o seguinte questionamento:

- ✓ a composição de carteiras de investimentos com o uso da maximização da média geométrica produz retornos (de longo prazo) significativamente diferentes do retorno esperado a curto prazo?

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos da pesquisa tende a estabelecer as metas para elucidar o estudo em pauta. Nesse sentido, apresentar-se-á o objetivo geral e os objetivos específicos que delinearão o presente trabalho.

1.2.1 Geral

- ✓ Estimar a rentabilidade de longo prazo de uma carteira de investimentos composta de ativos financeiros e não-financeiros pela utilização da técnica da Maximização da Média Geométrica.

1.2.2 Específicos

- ✓ Verificar a eficiência do uso da Maximização da Média Geométrica na análise da rentabilidade em carteiras de investimento.
- ✓ Demonstrar a aplicação da técnica em suas duas metodologias (duas aproximações) de cálculo.
- ✓ Mostrar se há diferença significativa na composição da carteira pelo uso de cada uma das aproximações propostas por Markowitz.
- ✓ Mostrar se há grande diferença entre o retorno esperado da carteira a longo prazo, pelo uso da técnica, e o retorno esperado de curto prazo.

1.3 JUSTIFICATIVA

Dentro do estudo dos ativos financeiros e opções de investimento está a maximização da rentabilidade para um determinado nível de risco e a minimização do risco para uma determinada rentabilidade. Em outras palavras, a maximização da utilidade do investidor.

No momento em que o investidor decide compor uma carteira de investimentos ele está buscando um determinado nível de diversificação de seu risco, que seja o mais eficiente e satisfatório aos seus interesses.

A evolução dos mercados trouxe à tona teorias baseadas na estatística e em conceitos matemáticos para seleção dos ativos que deverão compor as carteiras, de forma que o risco seja reduzido tendo em vista uma determinada rentabilidade ou maximize a rentabilidade para um certo grau de risco. Para estes casos, um dos métodos desenvolvidos foi a Maximização da Média Geométrica, conceito que parte do estudo da média geométrica dos ativos componentes da carteira e estima um nível de retorno para a carteira.

Este estudo tratará de explicar o significado da técnica em suas duas formas de cálculo (duas aproximações) propostas por Markowitz (1952) e demonstrar seu uso e eficácia na composição de carteiras de investimentos.

2 RE Faz-se necessário elaborar um estudo desse porte, que venha demarcar métodos de avaliação de risco e/ou maximização do retorno esperado em carteiras de investimentos que sejam eficientes e comprovar sua validade no mercado financeiro brasileiro.

2.1.1 Conceito

O Sistema Financeiro é composto por diversas instituições, em vários níveis e com diferentes objetivos, que captam recursos financeiros dos investidores e poupadores e os distribuem no mercado a aqueles que necessitam para desenvolver suas atividades. Há, também, os órgãos reguladores e os fiscalizadores, que normatizam, regulamentam e fiscalizam o funcionamento do sistema. Segundo Castan (2001) o conjunto de instituições membros do sistema forma o mercado financeiro.

Para Assaf Neto (apud FELL, 2002, p. 12):

O mercado financeiro é um mercado como outro qualquer, cujo produto comercializado é o uso do dinheiro no tempo, significando a transferência temporária de capacidade de consumo entre agentes econômicos, do tipo, do poder de compra que a cada unidade é proporcionada.

Há no mercado, portanto, agentes superavitários e agentes deficitários em recursos financeiros. Estes estão dispostos a receber os recursos pagando um preço pelo uso desse capital enquanto aqueles estão dispostos a emprestar seus recursos a um determinado preço ou rentabilidade, embora correndo um certo risco por isso.

E, dessa forma, entra em ação um mecanismo de equilíbrio entre os mecanismos de empréstimo e de poupança do sistema financeiro, “[...] proporcionando o encontro dos desejos de ambos e dos tomadores de fundos”, como coloca Gilman (1997, p. 34).

Fica destacada, assim, a importância da poupança interna de um país e do mercado financeiro que propicia o encontro entre poupadores e emprestadores de fundos, sendo uma das mais importantes bases econômicas de um país.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O SISTEMA FINANCEIRO

2.1.1 Conceito

O Sistema Financeiro é composto por diversas instituições, em vários níveis e com diferentes objetivos, que captam recursos financeiros dos investidores e poupadores e os distribuem no mercado àqueles que necessitam para alavancar seus negócios. Há, ademais, os órgãos reguladores e os fiscalizadores, que normatizam, regulamentam e fiscalizam o funcionamento do sistema. Segundo Cestari (2001) o conjunto de instituições membros do sistema forma o mercado financeiro.

Para Assaf Neto (apud FELL, 2002, p. 12):

O mercado financeiro é um mercado como outro qualquer, cujo produto comercializado é o uso do dinheiro no tempo, significando a transferência temporária da capacidade de consumo entre agentes econômicos, ou seja, do poder de compra que a posse do dinheiro proporciona.

Há no mercado, portanto, agentes superavitários e agentes deficitários em recursos financeiros. Estes estão dispostos a receber os recursos pagando um preço pelo uso desse capital enquanto aqueles estão dispostos a emprestar seus recursos a um determinado preço ou rentabilidade, embora correndo um certo risco por isso.

É, dessa forma, então, que entram em funcionamento todos os mecanismos e engrenagens do sistema financeiro, “[...] proporcionando o encontro dos doadores de fundos e dos tomadores de fundos”, como coloca Gitman (1997, p. 34).

Fica destacada assim, a importância da poupança interna de um país e do mercado financeiro que propicia o encontro entre poupadores e compradores de fundos, sendo uma das mais importantes bases econômicas de um país.

2.1.2 Autoridades Monetárias do Sistema Financeiro Nacional (SFN)

Seu papel é regular e fiscalizar o mercado financeiro no Brasil. Essa estrutura apresenta como organismo maior o Conselho Monetário Nacional - CMN, responsável pela definição de normas e diretrizes do sistema. Ligado a ele há o órgão executor, o Banco Central do Brasil, BACEN, e a Comissão de Valores Mobiliários, CVM, que responde pela regulamentação e fiscalização do mercado acionário. Além desses, existe a Superintendência de Seguros Privados, SUSEP, e a Secretaria de Previdência Complementar, SPC, que regulamentam o setor de seguros privados e previdência complementar no país.

2.1.2.1 Conselho Monetário Nacional

O Conselho Monetário Nacional, CMN, é o órgão deliberativo máximo do Sistema Financeiro Nacional. Ao CMN compete estabelecer as diretrizes gerais das políticas monetária, cambial e creditícia; regular as condições de constituição, funcionamento e fiscalização das instituições financeiras e, disciplinar os instrumentos de política monetária e cambial. Compõem o CMN o Ministro da Fazenda, o Ministro do Planejamento e Orçamento e o Presidente do Banco Central.

2.1.2.2 Banco Central do Brasil

É o órgão federal que gerencia o sistema financeiro regulando todo o seu funcionamento. É ele que executa toda a política monetária nacional e autoriza e fiscaliza o funcionamento dos demais bancos. Outra função importante do Banco Central (BACEN ou BC) é o controle da entrada e saída de metais preciosos do país e o das reservas internacionais.

O Banco Central do Brasil foi criado em 1964 com a promulgação da Lei nº 4.595/64. Passou a ter o papel de "banco dos bancos" e, com o reordenamento financeiro dos anos 80 e a Constituição de 1988, adquiriu novas funções de autoridade

monetária; sendo o único órgão competente para emitir moeda no país, controlar as taxas de juros da economia, divulgar os resultados econômicos oficiais do governo, assegurar a estabilidade do poder de compra da moeda e a garantir a solidez do sistema financeiro nacional.

2.1.2.3 Comissão de Valores Mobiliários

É órgão federal, subordinado ao Ministério da Fazenda, que tem a função de regulamentar o mercado de capitais, tanto as bolsas como os mercados de balcão, especialmente no desenvolvimento, disciplina e fiscalização dos mesmos.

A Comissão de Valores Mobiliários, CVM, foi criada mediante a Lei nº 6.385 de 7 de dezembro de 1976 com a atribuição de disciplinar o funcionamento do mercado de valores mobiliários e a atuação das companhias abertas participantes do mercado, dos intermediários financeiros e dos investidores. A CVM tem poderes para disciplinar, normatizar e fiscalizar a atuação dos diversos agentes integrantes do mercado.

Suas atividades perpassam muitos aspectos dentre os quais é destacado o registro da companhia aberta em bolsa, o registro da emissão de títulos e valores, o registro das sociedades corretoras, o registro dos investidores, credenciamento de auditores, administração de carteiras e custódia de ativos, a negociação em si, suspensão de registros ou de emissão e negociação de títulos dentre outras. Os objetivos são assegurar o funcionamento eficiente da Bolsa, proteção dos titulares de títulos contra eventuais fraudes ou manipulação do mercado, assegurar a divulgação de informações relevantes ao público e práticas comerciais eqüitativas no mercado de valores mobiliários além de estimular a aplicação de fundos em ações e títulos de renda variável.

2.1.2.4 Principais Instituições Financeiras

São elas quem definitivamente “[...] operam como intermediários que canalizam as poupanças de indivíduos, empresas e governos para outros empréstimos ou investimentos” (GITMAN, 1997, p. 30). O mesmo Gitman (idem) ainda expõe os conceitos de *fornecedores líquidos* e *tomadores líquidos* de fundos. Esses conceitos derivam de que indivíduos, empresas e governo factualmente são fornecedores ou poupadores de fundos, mas em termos líquidos, os indivíduos são fornecedores de **fundos** enquanto que empresas e os governos são tipicamente tomadores de fundos.

As principais instituições financeiras são:

- Os bancos comerciais e os bancos de poupança;
- Os bancos de investimentos;
- Os bancos de desenvolvimento;
- As caixas econômicas;
- As cooperativas de crédito;
- As companhias de seguros;
- Os fundos de pensão e os fundos mútuos;
- As sociedades corretoras e distribuidoras de títulos mobiliários.

2.2 SEGMENTAÇÃO DO MERCADO FINANCEIRO

Já foi observado neste estudo que o mercado financeiro é o conjunto de instituições que compõem que o sistema financeiro nacional e que é um foro no qual fornecedores e tomadores de fundos se encontram, direta ou indiretamente.

Cestari (2001) afirma que de acordo com suas características o mercado financeiro pode ser segmentado em quatro mercados específicos: o Monetário, o Cambial, o de Crédito e o de Capital.

Para Assaf Neto (1999) o mercado monetário controla a liquidez da economia do país como um todo, negociando geralmente títulos de renda fixa de curtíssimo prazo. Gitman (1997, p. 34) diz que “[...] esse mercado existe porque certos

indivíduos, empresas ou governos mantêm fundos ociosos temporariamente e desejam aplicá-los em algum ativo de curto prazo que renda juros e, ao mesmo tempo, outros indivíduos, empresas ou governo necessitam de financiamento sazonal ou temporário”.

Para Hoji, (apud FELL, 2002) o mercado cambial representa aquele que negocia as moedas estrangeiras conversíveis em moeda nacional pelas instituições credenciadas pelo Banco Central.

Ainda segundo Hoji (apud FELL, 2002) o mercado de crédito visa a atender a liquidez de curto e médio prazo de pessoas físicas e empresas pela concessão de créditos.

Finalmente, o mercado de capitais tem o objetivo de financiar as atividades produtivas de longo prazo. No mercado de capitais, segundo Cestari (2001, p. 3), “[...] se efetua a distribuição de valores mobiliários com o propósito de viabilizar o financiamento e a capitalização das empresas”. Observe que no mercado de capitais o objetivo é financiamento em longo prazo, ou seja, com prazos superiores a um ano.

Para Gitman (1997) o mercado monetário e o de capitais são os dois mercados financeiros básicos da economia.

2.3 MERCADO PRIMÁRIO E SECUNDÁRIO

Nas operações no mercado financeiro o fornecedor de fundos pode atuar diretamente nas negociações de seu investimento ou não. O fornecimento de fundos a instituições financeiras caracteriza uma situação em que há desconhecimento da parte do poupador em relação ao destino de seus recursos, pois a instituição financeira que os recebeu fará isso em seu lugar; já no mercado de capitais o poupador ou investidor sabe exatamente onde seus fundos estão sendo empregados.

Todos os títulos mobiliários são emitidos inicialmente no mercado primário. Nesse caso o emissor – SA's ou governo está diretamente envolvido na transação e recebe os benefícios diretos dessa emissão. Como diz Halfeld (2001, p. 49), “[...] uma empresa tem dois caminhos para levantar recursos: contrair dívidas ou vender ações.

Optar pela segunda é menos arriscada, pois os novos investidores tornam-se sócios apenas dos lucros". Em outras palavras, não haverá credores exigindo da empresa a devolução dos fundos emprestados. Essa primeira emissão é feita, geralmente, através de um Banco de Investimentos.

Após essa primeira emissão os títulos passam a ser negociados entre os indivíduos, entre empresas ou mesmo entre instituições financeiras formando o mercado secundário. Os locais dessas transações são as Bolsas de Valores e os Mercados de Balcão.

Cestari (2001) ressalta que no mercado secundário não há transferência de recursos para a empresa emissora, entretanto, ele é essencial ao funcionamento do mercado primário. Os ativos financeiros não encontrarão colocação no mercado primário se não existir um mercado secundário organizado capaz de propiciar liquidez a esses papéis. Halfeld (2001, p. 49) coloca que "[...] o mercado secundário é condição necessária para a existência de um bom mercado primário".

2.4 O MERCADO DE CAPITAIS

2.4.1 Conceito

O mercado de capitais é uma relação financeira criada por instituições e condições que permitem aos investidores e compradores de fundos de longo prazo realizar transações, como afirma Gitman (1997). Os negócios de longo prazo significam que têm vencimento superior a um ano. A base de funcionamento desse mercado é a Bolsa de Valores.

2.4.2 As Bolsas de Valores e a Bovespa

2.4.2.1 Histórico

A Bolsa de Valores nasceu em Bruges, Bélgica no ano de 1141 d.C. e regulamentada em 1304 d.C. O fim do feudalismo e o surgimento do capitalismo trouxeram um crescimento constante e a necessidade de mais instituições financeiras que favorecessem crédito mais barato e mais fácil. Os próprios banqueiros também sentiram a necessidade de fracionar seus títulos a fim de aumentar seus negócios. Surgiram então as importantes bolsas em Londres, Paris e Frankfurt.

Desde seu início até agora as Bolsas têm passado por enormes transformações estruturais e de funcionamento. No Brasil, as organizações financeiras se assentaram em bases mais sólidas no século XIX, surgindo então os bancos, corretoras e bolsas organizadas. A embrionária Bovespa nasceu em 1890 e era, assim como as demais bolsas brasileiras, vinculada às secretarias de finanças estaduais. Entretanto, com a reforma no Sistema Financeiro Nacional nos anos de 1965 e 1966 ela assumiu as características que possui hoje.

2.4.2.2 Conceito

As Bolsas de Valores são instituições tangíveis e organizadas que proporcionam o local para negociação, onde as empresas podem levantar fundos através da venda de títulos novos, no caso do Banco de Investimentos estar inserido na Bolsa, e onde os possuidores de títulos podem revendê-los a terceiros. A legislação brasileira permite que as Bolsas negociem títulos e valores mobiliários de emissão ou responsabilidade de companhias de capital aberto, devidamente registradas na CVM, assim como opções de compra e venda sobre ações de companhias abertas, debêntures e notas promissórias (*commercial papers*) de colocação pública.

As Bolsas brasileiras tiveram ainda especial função na década de 1990, pois foram escolhidas como cenário para a realização de leilões de privatização das estatais, principalmente durante a gestão do presidente Fernando Henrique Cardoso.

A Comissão Nacional de Bolsas de Valores - CNBV é uma associação que reúne todas as bolsas do país e as representa perante as autoridades monetárias.

2.4.2.3 A Bovespa

A Bolsa de Valores do Estado de São Paulo foi fundada no dia 23 de agosto de 1890 e estava, a princípio, vinculada à Secretaria de Finanças do Estado. Entretanto, o sistema financeiro nacional e do mercado de capitais passou por reformas estruturais que deram à Bovespa autonomia administrativa, financeira e patrimonial, assim como foi substituída a figura do antigo corretor de fundos públicos pelas sociedades corretoras. A Comissão de Valores Mobiliários agora supervisiona as atividades da Bolsa.

Desde a década de 1960 a Bovespa tem sido copiosa no desenvolvimento tecnológico de seus produtos e na qualidade dos serviços prestados aos investidores, aos intermediários e às companhias que dela fazem parte. Inovou bastante em seu sistema implantando ainda nos anos 1980 o SPOT (Sistema Privado de Operações por Telefone). Mais tarde veio a implantar o CATS (Sistema de Negociação Eletrônica) simultaneamente ao tradicional pregão viva-voz. Logo após implantou o Mega Bolsa ampliando sua capacidade transacional e consolidando sua posição de maior Bolsa da América Latina.

Finalmente, foi pioneira no mundo com a implantação de mais dois sistemas informáticos para facilitar e viabilizar a participação de pequenos e médios investidores: o Home Broker, que permite ao investidor transmitir suas ordens diretamente ao Sistema de Negociação da Bolsa, executadas assim ao melhor preço; e o After Market, que oferece uma sessão pós-pregão para negociação eletrônica.

A Bovespa é por tudo isso, o maior centro de operações com ações da América Latina e está altamente desenvolvida em termos de estrutura, tecnologia, regulamentação e profissionalismo.

2.4.3 O Mercado de Balcão

Somente a título de conhecimento, foi incluído este item que não será trabalhado nesse estudo. "O mercado de balcão, do inglês, 'over the counter', não é uma organização, mas um mercado intangível para compra e venda de títulos não registrados nas Bolsas de Valores", (GITMAN, 1997, p. 38). A Instrução CVM nº 243 de 1º de março de 1996 disciplina o funcionamento do mercado de balcão organizado no Brasil. Como exemplos pode-se citar a SOMA, Sociedade Operadora do Mercado de Acesso e a CETIP, Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos.

2.5 ATIVOS FINANCEIROS

Quando um investidor decide colocar seus fundos ou capitais no mercado financeiro, ele deverá optar por papéis financeiros que irão compor sua carteira de investimentos; a esses papéis também se denomina ativos financeiros.

Dentre os principais ativos comercializados no mercado financeiro têm-se as ações, o dólar, os títulos públicos dos governos, as debêntures (ou *commercial papers*), os derivativos, os CDBs e CDIs, o ouro, a poupança, a soja, o boi gordo, dentro outros. Destes, este estudo não tratará nenhum dos títulos públicos disponíveis no mercado, nem as debêntures, nem os derivativos, nem a caderneta de poupança.

Os ativos financeiros nada mais são do que papéis, que não contribuem diretamente para a capacidade produtiva do país, mas que têm a importante função de alocar recursos ou riqueza entre os investidores pelo princípio básico da poupança, que significa poupar hoje para comprar amanhã (BODIE et al. apud FELL, 2002).

Cabe diferenciar agora os termos ativos financeiros e ativos reais, pois enquanto aqueles são aplicações financeiras em papéis ou títulos e que representam uma reivindicação de seus possuidores sobre a renda dos ativos reais, estes são os bens concretos, tangíveis, tais como imóveis, terrenos, aviões, carros, patentes usados para produzir bens e serviços e gerar renda líquida na economia.

Dito de outra forma, o capital excedente dos investidores é emprestado àqueles que necessitam de fundos para aplicar em ativos reais e produzir lucro sobre esse capital, mediante emissão de papéis financeiros que representem esses empréstimos e, por consequência, direito e obrigações.

Os ativos financeiros se dividem em três tipos:

- ✓ De Renda Fixa: os ativos de renda fixa são aqueles que prometem um fluxo de renda que é determinado por uma fórmula específica. Têm um comportamento pouco sujeito às grandes oscilações, porém podendo ocorrer. Podendo ser pré ou pós-fixado os ativos mais comuns desse grupo são os CDB's e a poupança.
- ✓ De Renda Variável: os ativos de renda variável não se comprometem com qualquer pagamento, senão de haverem resultados positivos e ambiente favorável. Não se tem certeza do recebimento de juros ou compensações financeiras pelo investimento realizado ou até mesmo se terá perda. Normalmente esses títulos representam uma participação na propriedade das empresas mediante ações.
- ✓ Derivativos: os títulos derivativos são aqueles cujos pagamentos são determinados pelos preços de outros ativos. Os mais comuns são os contratos de opções e futuros.

2.5.1 Ações

A Ação é um título mobiliário que corresponde ao direito de uma fração de uma empresa, representando uma parte do capital social da mesma. Quem possui ações detém uma parte da empresa, e por isso recebe parte proporcional dos lucros - os dividendos. Os possuidores de ações são chamados de acionistas e são sócios, majoritários ou minoritários, da respectiva empresa.

As empresas emitem ações e vendem estes papéis aos investidores para levantar capital para investimentos e capital de giro. A empresa também poderia tomar empréstimos no mercado, mas neste caso teria que devolver todo o dinheiro ao banco ou aos investidores e com juros. No caso da emissão de ações, os investidores ficam

sócios do negócio, assumindo os riscos, de forma que somente vão ter um rendimento se a empresa tiver lucros e/ou o preço da ação tiver uma valorização no mercado

As ações podem ou não ser negociadas em Bolsas de Valores. Para que sejam negociadas em Bolsa uma série de requisitos faz-se necessário, como por exemplo, ser uma sociedade anônima, possuir um alto grau de organização interna, comprometimento com práticas administrativas eficazes e que produzam retorno aos investidores, adoção de práticas contábeis e financeiras transparentes e fidedignas com Demonstrativos e Informativos no mínimo anuais, dentre outras.

2.5.1.1 Classificação de Ações

As sociedades por ações permitem a separação entre a propriedade da empresa e seu controle efetivo. Isso se dá através de ações com atributos diferentes. A ação ordinária – ON é a que dá direito de voto ao acionista, ou seja, que permite o controle da empresa. Já a ação preferencial - PN, regra geral não tem direito a voto. Para compensar, o acionista tem preferência na distribuição dos dividendos e no recebimento em caso de liquidação da empresa. Ambos os tipos de ações são nominativas, isto é, existe um controle dos possuidores das ações da empresa.

Outra classificação muito importante é a que se dá entre as ações chamadas de “primeira linha” ou *blue chips* e as de “segunda linha”, e se refere à liquidez da ação no mercado, isto é, a facilidade de comprar ou vender a mesma em qualquer. Quanto maior o volume negociado, maior a liquidez e maior a probabilidade da ação ser considerada uma *blue chip*.

2.5.1.2 Os Índices das Bolsas de Valores e o Ibovespa

Como coloca Cestari (2001, p. 38), “[...] os índices das Bolsas de Valores, procuraram medir a lucratividade média de uma carteira de ações, num determinado tempo”. Os índices servem como auxílio ou suporte que possibilita aos investidores avaliarem seus investimentos e a tendência geral dos negócios no mercado.

Os índices representam o comportamento de um conjunto de ações que seja representativo das oscilações de preços destes ativos, com base nos negócios realizados em determinada Bolsa de Valores. Há muitas formas de se calcular estes índices. Cada um tem sua metodologia e cada Bolsa emprega o que considera mais eficiente e fiel representante do comportamento do mercado.

De modo geral, este número representa a variação média de preços no mercado, considerando ainda a importância de cada ação no volume de negócios - ponderação. No Brasil, o principal índice é o Ibovespa, da Bolsa de Valores de São Paulo. Mas há ainda o IBX, também da Bovespa e o IBA - Índice Brasileiro de Ações, da Comissão Nacional de Bolsas de Valores. Nos Estados Unidos, há dois índices muito importantes: o tradicional Dow Jones, da Bolsa de Valores de Nova Iorque e o Nasdaq, também da Bolsa de Valores de Nova Iorque, mas que tem um peso maior de empresas de alta tecnologia. O Nasdaq é, atualmente, a referência de expectativas para a chamada nova economia, que inclui setores dinâmicos de tecnologia.

Neste estudo será considerado apenas o Ibovespa, por ser o principal dos índices no âmbito nacional. O Ibovespa mede a valorização das ações mais negociadas na Bovespa e existe desde 1968. O índice é composto por papéis de primeira e segunda linha construídos em uma carteira teórica de ações. O primeiro critério para o papel entrar na composição do índice é o da negociabilidade, ou seja, é preciso que o papel esteja entre os 80% mais negociados no mercado à vista. O segundo critério é o da presença do papel nos negócios realizados em 80% dos pregões. E o terceiro é o da participação do papel, com representação de, no mínimo, 0,1% do volume total da Bolsa.

Para Sá (1999) uma carteira composta similarmente à composição da carteira teórica da Bovespa, auferirá ao final de um determinado período, uma lucratividade média igual equivalente ao Ibovespa.

Fica claro que o Ibovespa abrange aquelas ações de maior liquidez e mais negociadas em volume e em pregões, sendo um de fato, um excelente referencial para análises de risco e retorno em carteiras de investimentos.

Conclui Cestari (2001) que a análise da evolução dos índices das Bolsas constitui-se em informação de extrema importância na avaliação de investimentos no mercado acionário.

2.5.2 Dólar

O Dólar é outro ativo financeiro de grande importância no mercado e por isso bastante procurado, principalmente em momentos de dificuldades internas do país frente ao cenário internacional. Sustentados na crença de que a economia americana é a âncora da produção e do consumo mundial, investidores correm atrás da moeda americana quando sentem que seu país passa por dificuldades, por exemplo, com a dívida externa.

No glossário financeiro do site do Jornal Estadão coloca-se que existem 5 classificações para o dólar:

- *Dólar Comercial*: Corresponde à taxa de câmbio para importação e exportação e operações financeiras.
- *Dólar Turismo*: Estabelece a taxa de câmbio para as transações da moeda americana para as pessoas que vão viajar ao exterior.
- *Dólar PTAX*: Se refere ao dólar pronto para a venda pelo Banco Central (Ptax800) e é o padrão para o dólar comercial.
- *Dólar Fiscal*: Corresponde à taxa de câmbio para efeito de cálculo dos tributos incidentes na importação do próprio dia, divulgada pela Receita Federal.
- *Dólar Paralelo*: É a taxa de câmbio do dólar que é negociado fora dos meios oficiais, com a intermediação de doleiros. É importante salientar que a cotação do dólar paralelo é influenciada pela cotação do ouro no mercado externo. Existe nesse caso o dólar papel, volume pequeno, e o dólar cabo, para grandes transações. Nesse estudo o dólar a ser utilizado será o dólar paralelo.

Em muitos casos, a empresa estabelece uma engorda mínima. O que houver de engorda adicional, a empresa pode ou não dividir com o investidor, dependendo do que estiver em contrato. Na prática, o que prevalece no mercado é que o retorno do

2.5.3 Ouro

O mercado do ouro já foi em outros momentos históricos o mais importante dos investimentos; hoje, entretanto, tem perdido um pouco do fôlego, inclusive no Brasil. O ouro sempre foi a garantia em momentos de crise. Mas foi perdendo rentabilidade, e, com a modernização dos instrumentos financeiros e a maior estabilidade da economia, outros investimentos foram ocupando seu espaço. O padrão-ouro logo caiu em desuso quando os países desenvolvidos no pós-guerra se viram sem esse material. Isso não significa, entretanto, que esse tipo de investimento não tenha mais nenhum atrativo, mas apenas já não é tão rentável quanto o foi em outras épocas.

Sempre que há um arrocho na economia, a busca pelo ouro volta a elevar-se. Foi o que aconteceu em 2002, principalmente a partir dos meses de abril e maio quando houve grande pressão sobre seu preço pelas grandes expectativas do mercado quanto às eleições presidenciais.

O ouro é mais negociado atualmente no mercado à vista através da Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) em lote-padrão de 250 gramas. O ouro comprado fica geralmente em propriedade do comprador ou custodiado em instituições financeiras confiáveis com o respectivo registro da posição escritural do proprietário.

2.5.4 Boi Gordo

É um contrato, de renda variável, entre uma empresa administradora e o investidor que tem como objetivo investir na engorda de boi gordo. A empresa recebe o dinheiro do cliente para aplicar na engorda dos animais. Ao final do contrato, a empresa se compromete a entregar o valor monetário equivalente à venda daqueles animais (ou parte deles) que o investidor comprou através do contrato. É um título de valor mobiliário, fiscalizado e regulamentado pela Comissão de Valores Mobiliários.

Em muitos casos, a empresa estabelece uma engorda mínima. O que houver de engorda adicional, a empresa pode ou não dividir com o investidor, dependendo do que estiver em contrato. Na prática, o que prevalece no mercado é que o retorno do

investidor depende apenas da tal engorda mínima. O lucro da empresa vem do que conseguir engordar o animal acima deste limite mínimo. Algumas empresas ainda cobram taxa de administração, de 10% do valor aplicado na entrada no investimento.

O preço no mercado brasileiro é dado em reais pela arroba, numa média do mercado atacadista de São Paulo.

2.5.5 Soja

Matéria-prima abundante no país, o Brasil é um dos maiores exportadores de soja no mundo, competindo com EUA e a China emergente. Este ativo também é um contrato em que a empresa administradora recebe o dinheiro para investir em insumos e, após a safra, entrega a produção ou o valor monetário correspondente à venda da soja ao investidor.

A soja tem um bom lastro em dólar e foi um dos ativos mais valorizados no ano de 2002 e com grandes expectativas para 2003.

No Brasil, o preço é dado em reais pela saca de 60 kg. Os principais mercados produtores são os do Paraná e de São Paulo.

2.5.6 CDB e RDB

Título de renda fixa, o CDB - Certificado de Depósito Bancário, é um título de captação de recursos exclusivo do setor privado, cujas taxas são expressas em percentuais anuais. É o mais procurado pelo fato de ser transferível por endosso nominativo, ou seja, pode ser vendido a qualquer hora dentro do prazo contratado com pequeno deságio. Quando contratado com base em taxa pré-fixada, não está sujeito a prazo mínimo. Já quando o rendimento for pós-fixado, se referenciado à TR ou TJLP, o prazo mínimo é de um mês e se atrelado à TBF, é de dois meses.

O RDB é o Recibo de Depósito Bancário, que tem as mesmas características do CDB, com a diferença de que não admite negociação antes de seu vencimento.

2.5.7 CDI

Certificado de Depósito Interbancário. É um título de renda fixa que representa operações de crédito entre bancos. Criado em 1986, tem como diferencial o fato de suas taxas não estarem lastreadas em títulos públicos.

2.5.8 Caderneta de Poupança

Aplicação de renda fixa que paga juros de 0,5% ao mês mais a variação da taxa referencial, TR. Geralmente oferece o menor rendimento dentre as aplicações financeiras de renda fixa, é, entretanto, a mais procurada pelo pequeno investidor, pois costuma ter um menor limite mínimo de depósito e também oferece bom nível de segurança, isto é, risco praticamente zero.

A caderneta tem uma data mensal de aniversário e somente paga o rendimento para o dinheiro que ficou parado nesta conta entre os dois aniversários. Muitos bancos oferecem cadernetas com múltiplos aniversários a fim de atrair mais investidores. De qualquer forma, o rendimento somente é pago se o dinheiro ficou depositado desde o último aniversário da conta ou sub-conta.

Pode-se sacar o dinheiro da poupança antes do aniversário, porém os juros referentes ao dinheiro sacado não serão pagos. O rendimento da caderneta de poupança costuma ser igual em todos os bancos, embora alguns ofereçam atrativos, como a compensação da CPMF (para aplicações acima de três meses), ou facilidades na tomada de crédito, incluindo juros mais baixos. Ademais, investimentos em caderneta de poupança não estão sujeitos a Imposto de Renda.

2.6 RISCO E INCERTEZA

O risco representa a possibilidade de perda quanto ao rendimento esperado de um certo investimento. No mercado financeiro, existem o risco de mercado e o risco de crédito. O primeiro é aquele relacionado com as oscilações de preço do investimento

escolhido. Já o risco de crédito é aquele relacionado com a probabilidade de um título financeiro ser pago.

Como princípio fundamental nas finanças, o nível de rentabilidade está associado ao nível de risco. Quanto maior o risco aceito pelo investidor maior deve ser a rentabilidade potencial deste investimento. Naturalmente, algumas aplicações envolvem maior risco. O investidor somente aplicará seu dinheiro num investimento quando conseguir entender o nível de risco que está assumindo. Não existe, de fato, um investimento sem risco, embora o mercado aceite algumas taxas isentas de risco, caso dos títulos do Tesouro norte-americano e da caderneta de poupança no Brasil.

A existência do risco para todo tipo de investimento deve ser aceito e os investidores devem conviver com eles e saber contrabalançá-los com as recompensas envolvidas. Halfeld (2001, p. 71) coloca que “[...] assim como em nossas vidas não há investimentos sem riscos”.

O risco está associado à possibilidade de perdas no futuro e, quanto maior o prazo, maior o risco e maior a possibilidade dessas perdas ocorrerem. O risco difere da incerteza, pois nesta não se tem idéia do que poderá ocorrer, enquanto no risco se sabe, às vezes até matematicamente, quais as probabilidades de ganhos e perdas.

2.6.1 Risco Sistemático ou Não-Diversificável

O risco não-diversificável é aquele que dificilmente poderá ser previsto e medido. Esse tipo de risco é inerente ao mercado. Com a globalização financeira a volatilidade dos mercados ficou patente e a qualquer sinal mau visto ou mau interpretado pelos investidores significam perdas no valor dos ativos até mesmo em outros países.

2.6.2 Risco Não-Sistemático ou Diversificável

O risco diversificável é aquele que pode ser controlado ou minimizado mediante profundas análises do histórico e tendências do mercado. Esse risco não

atinge a todo o mercado, mas apenas a alguns papéis. É para esse tipo de risco que se aplicam as teorias de composição de carteiras e diversas metodologias de cálculo da probabilidade de perda. É por isso que se diz que uma carteira de investimentos diversifica o risco.

2.7 MODERNA TEORIA DE CARTEIRAS

2.7.1 Conceito e Histórico

Entende-se por carteira de investimentos todos os ativos financeiros pertencentes a uma mesma pessoa ou empresa. No caso de um indivíduo, trata-se de todos os investimentos por ele adquiridos; para um fundo de investimentos, por exemplo, seriam todos os papéis e títulos objetos de negociação no mercado. O fundamento da teoria dos investimentos é a maximização da utilidade do investidor.

Relacionado às carteiras de investimentos há ainda os administradores ou gestores de carteiras, que são os indivíduos responsáveis pela gestão de ativos de terceiros (ou clientes). Eles são os responsáveis pela aplicação mais adequada dos recursos dos clientes de forma a promover um grau de rentabilidade que satisfaça os interesses dos mesmos.

Para os gestores dessas carteiras, existe subliminarmente outra carteira a ser preservada: a de clientes.

Segundo Bernstein (apud FELL, 2002) até a década de 1950, a temática de investimentos e composição de carteira era visto pela sociedade em geral como algo arriscado e para poucos entendidos e corajosos. Surge então um artigo, escrito por Henry Markowitz em 1952, no qual ele propõe a análise de investimentos financeiros a partir do risco, descrevendo sua metodologia baseada na estatística.

Foi com Markowitz que o mercado financeiro deu um salto, saindo do empirismo para a realidade estatística e matemática embutida nas metodologias de cálculo tanto do retorno esperado como também do grau de risco das carteiras. Os

princípios para tal, ele dava através de conceitos como retornos médios, variâncias e covariâncias de forma a construir a chamada *fronteira eficiente*.

Markowitz foi, na prática, um divisor de águas dentro da história do mercado financeiro. Sua obra é continuamente estudada, aprofundada e aprimorada por outros estudiosos que se dedicam ao tema desde então.

Segundo Sá (1999), Markowitz definiu algumas premissas fundamentais na análise de carteiras de investimentos, dentre elas:

- Todas as decisões dos investidores se baseiam em duas variáveis apenas, o risco e o retorno;
- Para qualquer nível de risco, os investidores desejam maximizar seus retornos; e, para qualquer nível de retorno esperado, os investidores desejam minimizar seus riscos.

Dessa forma, o que se busca é selecionar uma carteira de ativos que produza o maior retorno para um nível de risco, ou, o menor risco para uma dada rentabilidade esperada. Lazo (2000) explica que um ativo i será dominante ou preferível a um ativo j se a expectativa de retorno do ativo i for maior ou igual a do ativo j e se a variância do ativo i for menor ou igual à do ativo j (ver Figura 1).

$E[R_i] \geq E[R_j]$ $\text{Var}[R_i] \leq \text{Var}[R_j]$

Figura 1: Seleção de Ativo pelo critério da Média-Variância

Fonte: Lazo (2000)

2.7.2 Variância e Desvio Padrão

A variância é a medida mais usada para medir o quanto os retornos dos ativos se distanciam dos retornos esperados. Segundo Bunchat e Kellner (1997) a variância e o desvio-padrão medem a dispersão dos dados em torno da média. No caso

de uma carteira de investimentos, a probabilidade de erro do retorno real frente ao retorno esperado.

Para Ross et al. (apud FELL, 2002), o cálculo da variância e do desvio padrão são as formas mais comumente utilizadas para se avaliar a volatilidade dos retornos de um ativo qualquer. É a partir da variância e do desvio padrão que o investidor tomará decisões quanto a seus investimentos.

Existe uma grande vantagem em se usar a variância pelo fato de que o desvio-padrão é medido simplesmente pela raiz quadrada da variância, isentando o investidor de perder muito tempo em cálculos e fórmulas. A variância é dada pela diferença dos quadrados entre os retornos de um título e seu retorno esperado, ou, matematicamente:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M \left(\frac{(R_{ij} - \bar{R}_i)^2}{M} \right)$$

Figura 2: Fórmula da Variância

Fonte: Lazo (2000)

Onde:

R_{ij} – retorno do ativo i na observação j

$\bar{R}_i$ – retorno esperado do ativo i

M – número de observações

O desvio-padrão é dado pela raiz quadrada da variância.

2.7.2.1 Coeficiente de Correlação e Covariância

Numa carteira de investimentos, o mais importante é a contribuição do ativo ao risco total da carteira e não seu risco individual. Dito de outra forma, o risco da carteira não é a média ponderada dos riscos dos ativos que a compõem, pois depende também do comportamento conjunto dos mesmos. Para medir esse último aspecto surge as medidas da covariância e da correlação.

O coeficiente de correlação é medida que estipula a dependência linear entre duas variáveis aleatórias. Para Sá (1999), o coeficiente de correlação mede o grau de dependência linear entre duas variáveis. Continua Sá (idem, ibidem):

Se duas variáveis são independentes então o coeficiente de correlação é zero. Se for positivo indica que valores positivos de uma variável se relacionam com valores positivos da outra [...]. Ao contrário, o coeficiente de correlação será negativo quando valores positivos de uma variável estão associados a valores negativos da outra.

O campo de variação do coeficiente de correlação é de + 1 (chamada correlação perfeitamente positiva) até - 1 (correlação perfeitamente negativa). O risco da carteira é tanto mais reduzido quanto esse coeficiente se distancie de + 1.

Analogamente ao coeficiente de correlação, a covariância mede a dependência linear entre duas variáveis quaisquer. Bernstein e Damodaram (apud FELL, 2002) afirmam que a covariância mede o quanto dois títulos se movem simultaneamente em seus padrões de retorno.

A covariância é dada por σ_{ij} . Um valor positivo sugere a tendência de andarem juntos, um valor negativo sugere que andam em direções opostas e valor próximo a zero sugere que há pouca ou nenhuma relação. A covariância entre dois ativos é dada por:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum (R_{it} - \bar{R}_i)(R_{jt} - \bar{R}_j)}{M}$$

Figura 3: Fórmula da Covariância

Fonte: Sá (1999)

A relação entre a covariância e a correlação é dada por $\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \times \sigma_j}$, fórmula que transforma a covariância em adimensional, ou seja, um número puro que, como foi visto, varia de + 1 a - 1.

2.7.2.2 Variância da Carteira

O cálculo do risco de uma carteira mostra-se mais complexo que o do retorno esperado visto que para o cálculo do risco é necessário considerar o comportamento conjunto de um título em relação a outro.

A variância de uma carteira é medida então pela variância dos títulos componentes desta mais a covariância entre os mesmos. Pode-se estimar a variância da carteira σ_c^2 que é dada por:

$$\begin{aligned}\sigma_c^2 &= E(R_c - \bar{R}_c)^2 = E(X_1 R_{1t} + X_2 R_{2t} - (X_1 \bar{R}_1 + X_2 \bar{R}_2))^2 \quad \therefore \\ \sigma_c^2 &= E(X_1(R_{1t} - \bar{R}_1) + X_2(R_{2t} - \bar{R}_2))^2 \quad \therefore \\ \sigma_c^2 &= E(X_1^2(R_{1t} - \bar{R}_1)^2 + 2X_1X_2(R_{1t} - \bar{R}_1)(R_{2t} - \bar{R}_2) + X_2^2(R_{2t} - \bar{R}_2)^2) \quad \therefore \\ \sigma_c^2 &= X_1^2 E(R_{1t} - \bar{R}_1)^2 + 2X_1X_2 E(R_{1t} - \bar{R}_1)(R_{2t} - \bar{R}_2) + X_2^2 E(R_{2t} - \bar{R}_2)^2 \quad \therefore \\ \sigma_c^2 &= X_1^2 \sigma_1^2 + 2X_1X_2 \sigma_{12} + X_2^2 \sigma_2^2\end{aligned}$$

Generalizando para N ativos tem-se:

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{ij}$$

Onde: σ_c^2 - Variância da Carteira

X_i - Proporção do ativo i na carteira

σ_i^2 - Variância do ativo i

X_j - Proporção do Ativo j na carteira

σ_{ij} - Covariância entre os retornos dos ativos i e j

Pela análise da fórmula percebe-se o elemento diferencial, a covariância σ_{ij} que poderá mudar toda a estratégia da composição de carteiras à medida que se considere a correlação linear existente entre os ativos componentes.

2.7.3 Retorno Esperado

O retorno esperado é a segunda medida do binômio risco-retorno de Markowitz. "O retorno esperado em um ativo é a sua contribuição ao retorno esperado da carteira, dependendo este de sua proporção na mesma" (BRITO NETO, 2001, p. 1). É definido pela média ponderada do retorno de cada ativo em relação a sua participação no total da carteira.

Se, por exemplo, o investidor só pensasse em rentabilidade compraria o ativo mais rentável do mercado. Entretanto, é uma atitude pouco comum, pois ao incluir mais de um ativo na carteira pode haver uma redução do risco.

O retorno esperado de uma carteira composta por mais de um ativo é definido pela média ponderada do retorno de cada ativo componente da carteira. Em outras palavras, a proporção do ativo na carteira serve de peso para o cálculo do retorno esperado da carteira. É dado pela fórmula:

$$\bar{R} = \sum_{j=1}^N P_j \cdot E(R_j)$$

Onde: p_1 – proporção do ativo 1

$E(R_1)$ – retorno esperado do ativo 1

2.7.4 Diversificação

A diversificação é um instrumento para obtenção de menores níveis de risco em um investimento. O investidor procurará comprar diversos ativos, distribuindo seu capital entre aqueles cujas covariâncias sejam negativas. Foi mostrado nos itens anteriores o porquê das covariâncias negativas.

Dessa forma, um ativo que não esteja muito bem cotado no mercado poderá ser compensado por outros ativos mais bem vistos. Pode-se observar que o uso de eficazes critérios de seleção poderá fazer grande diferença quando o investidor deseje

resgatá-lo. A segurança do investidor depende do quanto mais eficientemente ele lograr diversificar seus investimentos.

Assaf Neto (1999) coloca que investimentos em ativos de coeficientes de correlação semelhantes não colaboram para a redução do risco da carteira, pois todos eles tenderão a ganhar quando o mercado for favorável e a perder em cenários turbulentos (ver Gráfico 1).

Fazendo-se uma análise do gráfico, onde o retorno esperado é projetado no eixo das ordenadas e o risco é projetado no eixo das abscissas, vê-se que quando a correlação é positiva os ativos caminham na mesma direção. Ao contrário, quando a correlação é negativa, os ativos caminham em direção oposta e quando a correlação é nula, as taxas de retornos dos ativos não têm relação alguma ao longo do tempo (representado por uma curva).

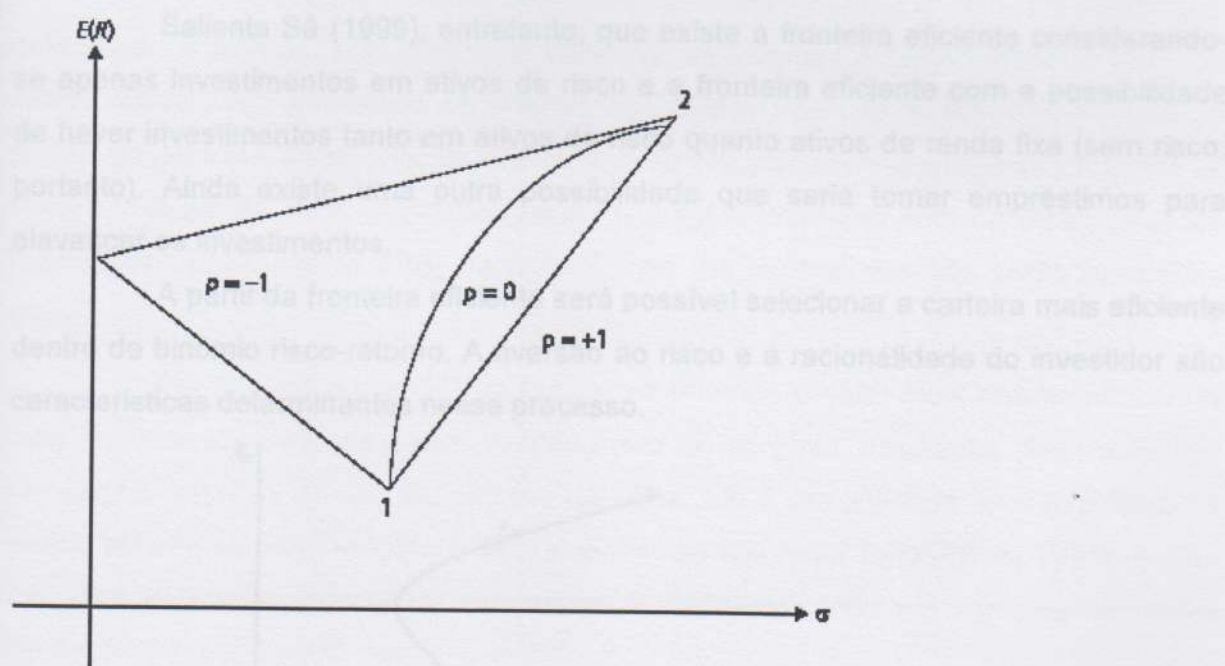


Gráfico 1: O Coeficiente de Correlação e a Redução do Risco

Fonte: Figueiredo et al. (1999)

2.7.5 Fronteira Eficiente

Markowitz (1952) introduziu esse conceito quando da publicação de seu artigo *Portfolio Selection*. A fronteira eficiente é um gráfico que representa um conjunto de carteiras que maximizam o retorno esperado para cada nível de risco.

O principal problema da seleção de carteiras é encontrar a melhor carteira que corresponda a uma combinação de ativos que minimize o risco para um dado retorno esperado ou maximize o retorno para um dado nível de risco.

Portanto, “[...] para procurar uma carteira eficiente devem ser observadas as características de risco e retorno das combinações de ativos com a ajuda de uma interpretação geométrica das combinações dos ativos” (Lazo, 2000, p. 23). São essas carteiras que compõem a fronteira eficiente.

Salienta Sá (1999), entretanto, que existe a fronteira eficiente considerando-se apenas investimentos em ativos de risco e a fronteira eficiente com a possibilidade de haver investimentos tanto em ativos de risco quanto ativos de renda fixa (sem risco, portanto). Ainda existe uma outra possibilidade que seria tomar empréstimos para alavancar os investimentos.

A partir da fronteira eficiente será possível selecionar a carteira mais eficiente dentro do binômio risco-retorno. A aversão ao risco e a racionalidade do investidor são características determinantes nesse processo.

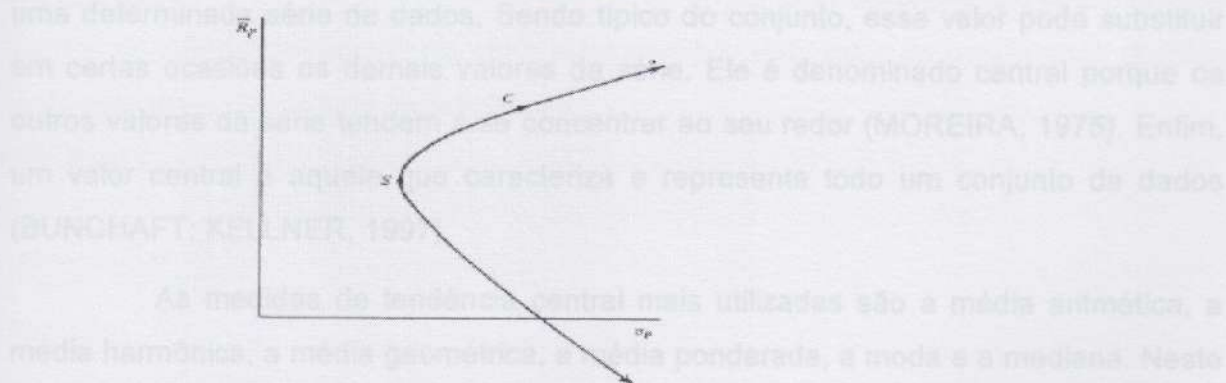


Gráfico 2: A Fronteira Eficiente

Fonte: Lazo (2000)

Pela análise gráfica pode-se perceber que aquele investidor que deseja maximizar seus retornos deverá optar por alguma carteira entre os pontos S-C (parte

superior esquerda da curva). Já o investidor que deseje, sobretudo, minimizar seu risco deverá selecionar a carteira no ponto S, pois é aquela de menor risco.

A melhor carteira é aquela que maximiza a utilidade do investidor e para cada nível de retorno ou risco há sempre uma melhor carteira a ser selecionada, trata-se da *carteira de mínima variância*, aquela de menor variância e, portanto, com melhores possibilidades de satisfação do retorno esperado.

2.8 MEDIDAS DE POSIÇÃO

2.8.1 Conceito

As medidas de posição fornecem informações sobre a série de dados que está sendo analisada. Elas permitem conhecer as diversas características da série de dados observada. As medidas de posição são de dois tipos: as medidas de posição ou tendência central e as de posição não central ou separatrizes. As primeiras informam os valores médios da série enquanto que as segundas informam sobre a distribuição de toda a série de dados: quartis, decis, percentis. As separatrizes não serão estudadas aqui.

Por medida de tendência central se entende o valor mais representativo de uma determinada série de dados. Sendo típico do conjunto, esse valor pode substituir em certas ocasiões os demais valores da série. Ele é denominado central porque os outros valores da série tendem a se concentrar ao seu redor (MOREIRA, 1975). Enfim, um valor central é aquele que caracteriza e representa todo um conjunto de dados (BUNCHAFT; KELLNER, 1997).

As medidas de tendência central mais utilizadas são a média aritmética, a média harmônica, a média geométrica, a média ponderada, a moda e a mediana. Neste estudo apenas será considerado o estudo das médias. As demais medidas, moda e mediana, não são consideradas relevantes à temática dessa pesquisa.

2.8.2 A Média Aritmética

A média aritmética é a medida de tendência central mais comum e mais facilmente conhecida e entendida. Está definida pelo somatório de todos os valores do conjunto de dados dividido pela quantidade de valores (KAZMIER, 1982). Matematicamente pode ser representada simplesmente por:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

Onde: $\sum$ – significa somatório

X – é um dado bruto da série

n – é o número de valores da série

A média aritmética depende de todos os valores da distribuição mas tem a desvantagem de ser afetada por valores extremos, o que, em alguns casos, prejudica a efetividade de seu uso.

2.8.3 A Média Ponderada

A média ponderada é uma média aritmética na qual cada valor se encontra ponderado de acordo com a sua importância no grupo total. Assim, a média ponderada será o somatório do produto de cada valor da série pelo fator de ponderação dividido pelo somatório dos fatores de ponderação.

Ou seja:

$$\bar{X}_p = \frac{\sum(X \times W)}{\sum W}$$

Onde: $\sum$ – é o somatório

X – é o dado bruto

W – é o fator de ponderação

Em muitos casos é importante atribuir pesos diferenciados para cada valor da série de dados, nesse caso, a média aritmética ponderada é a mais indicada.

2.8.4 A Média Harmônica

Como foi observado anteriormente, a média aritmética (simples) não é a mais adequada para todas as série de dados. Tome-se como exemplo, quando há a necessidade de atribuir pesos distintos a cada valor, usa-se a média ponderada. Em outros casos ocorre diferenças de proporção em relação a velocidade, tempo ou outro fator. Nesses casos usa-se a média harmônica, cuja maior aplicação se dá em certos casos de média de médias (MOREIRA, 1975).

A média harmônica é definida como o recíproco da média aritmética dos recíprocos, ou matematicamente:

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{X}}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média Aritmética
	0,15	0,12	0,05	0,04	0,02	0,01	0,06	0,02	0,02	0,01	-0,03

Onde:

H – é a média harmônica

$\sum$ – é o somatório

n – é o número de valores da série

$1/X$ – é o inverso de cada valor bruto da série

2.8.5 A Média Geométrica

“A média geométrica é usada para médias proporcionais de crescimento quando uma medida subsequente depende de medidas prévias”, coloca Buchaft e Kellner (1997, p. 118). A média geométrica é a medida de posição central mais indicada em séries de dados onde o valor anterior tem efeito multiplicativo sobre os posteriores. Quais sejam os casos de cálculos de índices ponderados pelo método de Fischer, estudos sobre populações, taxas de juros e inflação, dentre outros.

A média geométrica apresenta a vantagem de usar toda a série de dados, assim como a média aritmética, e ademais “[...] elimina a influência de valores muito altos ou muito baixos em relação aos demais valores do conjunto” (MOREIRA, 1975, p. 117).

A média geométrica é definida como sendo a raiz enésima do produto de todos os valores da série. Matematicamente, tem-se:

$$\overline{X_g} = \sqrt[n]{\sum X}$$

2.9 A MAXIMIZAÇÃO DA MÉDIA GEOMÉTRICA EM CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS

Suponha-se que o retorno de uma carteira durante 10 meses consecutivos tenha sido o seguinte:

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Média Aritmética
Retorno	-0,15	-0,12	-0,05	-0,03	-0,02	-0,01	0,05	0,03	-0,02	-0,01	-0,033

A análise da tabela acima mostra que um real investido no início do mês 1 valeria \$0,85 no final do mesmo mês. Se fosse reinvestido este valor na mesma carteira, ele estaria valendo \$0,748 = 0,85*0,88 ao final do mês 2. Se continuasse o reinvestimento, ao final do mês 3, o valor original de R\$ 1 estaria valendo R\$ 0,71 = 0,85*0,88*0,95.

Ao final do décimo mês, o valor investido inicialmente estaria valendo:

$$R\$ 0,70 = 0,85*0,88*0,95*0,97*0,98*0,99*1,05*1,03*0,98*0,99$$

Este valor não é o mesmo que a média (-0,033) composta mensalmente durante 10 meses, já que este valor seria $(1 - 0,033)^{10} = 0,71$, um pouco superior ao valor que se tem ao final do mês 10.

Para se encontrar a Taxa de Crescimento (TC), isto é, a taxa que composta mensalmente durante dez meses será igual ao valor final da carteira, é necessário resolver a equação abaixo demonstrada:

$$TC = \sqrt[10]{0,85 * 0,88 * 0,95 * 0,97 * 0,98 * 0,99 * 1,05 * 1,03 * 0,98 * 0,99} - 1$$

A expressão $\sqrt[10]{\dots}$ é conhecida como a média geométrica dos valores 0,85, 0,88, ..., 0,99.

Uma forma de se resolver esta expressão é utilizar logaritmo natural (ln).

Sabendo-se que o logaritmo natural de A vezes B é igual ao logaritmo natural de A mais o logaritmo natural de B, e que o logaritmo natural de $\sqrt[n]{A}$ é igual ao logaritmo natural de A dividido por n, então:

$$TC = \frac{\ln 0,85 + \ln 0,88 + \ln 0,95 + \dots + \ln 0,99}{10} = -0,0354$$

Se for calculado o anti-log e subtraído de um, isto é, $e^{-0,0354} - 1$, obter-se-á o valor da média geométrica com a utilização das operações de adição e divisão ao invés de se calcular a raiz décima. Este valor é de -0,0348. A taxa de crescimento da carteira foi de -3,48% por mês.

Generalizando, o logaritmo natural da média geométrica dos números $(1+r_1)$, $(1+r_2)$, ..., $(1+r_n)$ é igual à $\frac{\ln(1+r_1) + \ln(1+r_2) + \dots + \ln(1+r_n)}{n}$. Isto também é a média ou o valor esperado do $\ln(1+r)$, que depende de onde está localizado o valor de r.

Então, a taxa de crescimento de uma carteira é o anti-log da média dos logaritmos naturais de $1+r$ menos um.

O importante é a média geométrica é estimada com base na média aritmética e sua variância.

2.9.1 As Duas Aproximações da Metodologia de Markowitz

Markowitz (1991) propôs uma *primeira aproximação* em que a média geométrica para retornos próximos a zero é dada pelo logaritmo natural de $(1+r)$ que é aproximadamente igual à $\ln(1+r) + r - \frac{1}{2}r^2$. Porém quando r tende a zero, o $\ln(1+r)$ tende a zero, restando somente os outros dois termos. Esta aproximação é dita quadrática e em torno de $r = 0$. A derivação desta fórmula encontra-se no anexo 1.

Se $\ln(1+r)$ é aproximadamente igual à $r - \frac{1}{2}r^2$, então o valor esperado do $\ln(1+r)$ é:

$$\bar{E}[\ln(1+r)] = \bar{E}(r) - \frac{1}{2}\bar{E}(r^2).$$

Só que:

$$\text{var}(r) = \bar{E}\left[r - \bar{E}(r)\right]^2 = \bar{E}\left[r^2 - 2r\bar{E}(r) + \left(\bar{E}(r)\right)^2\right] = \bar{E}(r^2) - 2\bar{E}(r)\bar{E}(r) + \left(\bar{E}(r)\right)^2 \therefore$$

$$\text{var}(r) = \bar{E}(r^2) - \left(\bar{E}(r)\right)^2 \therefore$$

$$\bar{E}(r^2) = \text{var}(r) + \left(\bar{E}(r)\right)^2$$

Conclui-se que:

$$\bar{E}[\ln(1+r)] = \bar{E}(r) - \frac{1}{2}\left(\bar{E}(r)\right)^2 - \frac{1}{2}\text{var}(r)$$

onde $\bar{E}(\cdot)$ é o valor esperado da variável entre parênteses.

Mas sabe-se que:

$$\bar{E}(r) = \mu = \sum_{i=1}^N X_i E_i$$

$$\text{var}(r) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j C_{ij}$$

Então:

$$\bar{E}[\ln(1+r)] = \sum_{i=1}^N X_i E_i - \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^N X_i E_i\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j C_{ij}\right)$$

A média geométrica procurada é o antilog de $(1+r)$ menos 1, ou:

$$r = e^{\sum_{i=1}^N X_i E_i - \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^N X_i E_i\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j C_{ij}\right)} - 1$$

Markowitz (1991) também propôs uma *segunda aproximação* da média geométrica, só que em torno de $r = E$, onde $E = \bar{E}(r)$, sendo uma extensão da primeira aproximação. Esta diz que o logaritmo natural de $1+r$ é dado por $\ln(1+E) + \frac{r-E}{1+E} - \frac{1}{2} \frac{(r-E)^2}{(1+E)^2}$. Se E for igual à zero, teremos a primeira aproximação. O

valor esperado do logaritmo natural de $1+r$ é calculado assim:

$$\begin{aligned} \bar{E}(\ln(1+E)) + \bar{E}\left(\frac{r-E}{1+E}\right) - \frac{1}{2} \bar{E}\left(\frac{(r-E)^2}{(1+E)^2}\right) &= \\ = \ln(1+E) + \frac{\bar{E}(r) - E}{1+E} - \frac{1}{2} \bar{E}\left(\frac{r^2 - 2Er + E^2}{1+2E+E^2}\right) &= \\ = \ln(1+E) - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{E}(r^2) - 2\bar{E}(r)\bar{E}(r) + (\bar{E}(r))^2}{(1+E)^2} \right) &= \\ = \ln(1+E) - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{E}(r^2) - (\bar{E}(r))^2}{(1+E)^2} \right) \end{aligned}$$

Mas,

$$\bar{E}(r^2) = \text{var}(r) + (\bar{E}(r))^2$$

Então:

$$\bar{E}(\ln(1+r)) = \ln(1+E) - \frac{1}{2} \left(\frac{\text{var}(r) + (\bar{E}(r))^2 - (\bar{E}(r))^2}{(1+E)^2} \right) = \ln(1+E) - \frac{\text{var}(r)}{2(1+E)^2}$$

onde $\bar{E}(\cdot)$ é o valor esperado da variável entre parêntesis.

A média geométrica procurada é o antilog de $(1+r)$ menos 1, ou:

$$r = e^{\ln\left(1 + \sum_{i=1}^N X_i E_i\right) - \frac{1}{2} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j C_{ij}}{\left(1 + \sum_{i=1}^N X_i E_i\right)^2}} - 1$$

A formulação do problema utilizando ambas aproximações seria:

Max r

sujeito a :

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1$$

$$X_i \geq 0$$

Ambas as fórmulas permitem estimar a média geométrica a partir da média aritmética e da variância.

Ao se utilizar qualquer uma das aproximações, será estimada a taxa de crescimento a longo prazo da carteira, considerando-se que será reinvestindo em carteiras com retorno esperado (E) e variância do retorno $\text{var}(r)$.

3.2 POPULAÇÃO-ALVO E AMOSTRA

Para os cálculos foram calculados as médias e os desvios padrões considerando o período em análise como uma população.

A variância da carteira foi calculada de acordo Markowitz (1952) sendo dada por:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

onde σ_p^2 é a variância da carteira; w_i e w_j são os pesos das ações i e j na carteira; ρ_{ij} é o coeficiente de correlação entre os retornos das ações i e j ; e σ_i e σ_j são os desvios padrões das ações i e j , respectivamente. O termo $\rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ é a

3 METODOLOGIA

Como forma de esclarecer como serão desenvolvidos os estudos para a resolução da problemática desta pesquisa, abaixo segue as definições dos tipos de pesquisa, população-alvo e amostra, instrumento de coleta de dados e o tratamento dos dados.

3.1 TIPO DE PESQUISA

Considerando-se a taxionomia proposta por Vergara (2000), a presente pesquisa será conduzida sob dois aspectos: *quanto aos fins e quanto aos meios*.

Quanto aos fins, a pesquisa será documental e descritiva. Documental na medida em que busca os dados em fontes primárias (MARGARIDA, 1998). Descritiva, pois ainda segundo Margarida (1998, p. 104) “[...] os fatos são observados, registrados, analisados, classificados e interpretados sem que o pesquisador interfira neles”.

Quanto aos meios será abordado a metodologia do estudo de caso, no sentido de detalhar com uma certa profundidade – considerando as limitações desta pesquisa – os aspectos inerentes ao tema proposto.

3.2 POPULAÇÃO-ALVO E AMOSTRA

Para os ativos foram calculados as médias e os desvios padrões, considerando o período em análise como uma população.

A variância da carteira foi calculada de acordo Markowitz (1952) sendo dada por:

$$\sigma_p^2 = \sum \sum w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

onde σ_p^2 é a variância da carteira p; w_i e w_j são os pesos das ações i e j na carteira p; ρ_{ij} é o coeficiente de correlação entre os retornos dos pares de ações (i,j); e σ_i e σ_j são os desvios padrões das ações i e j, respectivamente. O termo $\rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$ é a

covariância entre as ações i e j . Neste estudo as “ações” foram substituídas por “ativos financeiros”.

Compõem a amostra os ativos financeiros selecionados nesse estudo para análise: Ibovespa, Dólar Paralelo, Ouro, Boi Gordo, Soja, CDB, CDI.

Como o leitor deve ter observado, nessa investigação não foram incluídos alguns ativos como Caderneta de Poupança, pelo fato de ser considerado um ativo sem risco ou de risco quase-zero e sua rentabilidade ser reconhecidamente baixa, nem RDB por ser idêntico ao CDB. Ademais, o objetivo do estudo não é esgotar todos os ativos financeiros disponíveis no mercado, mas testar com os principais títulos a metodologia da maximização da média geométrica.

Ibovespa - para o mercado acionário foi utilizado o índice de fechamento do IBOVESPA, ou seja, o valor dos pontos índice no último dia útil do mês durante o período em análise (Jan/2001 – Jun/2002).

O Ibovespa é um dos principais indicadores da rentabilidade das aplicações no mercado de capitais do país.

Dólar Paralelo - para o mercado cambial foi utilizado o preço de venda do dólar, isto é, o preço efetivamente pago pelo investidor, negociado no mercado informal em São Paulo, no último dia útil do mês. Foi escolhido esse mercado por ser, sem dúvida, o mais importante e concorrido do país.

Ouro - para o ouro foi colhido o último preço do grama na BM&F (Bolsa de Mercadorias e Futuros) de São Paulo, também no último dia útil do mês. A BM&F é o palco principal das negociações de derivativos no país, tanto nas modalidades à vista como futuro.

Boi Gordo - para obter a rentabilidade desse ativo, foi tomado o preço máximo à vista da arroba em Araçatuba/SP, no último dia útil do mês. Os dados são fornecidos pela ESALQ/USP (Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” da Universidade de São Paulo). A ESALQ é uma unidade da Universidade de São Paulo em Piracicaba, com expressiva contribuição no ensino e pesquisa nas ciências agrárias, de alimentos e sociais aplicadas.

CDI - para o cálculo da rentabilidade do CDI foi usada a mesma metodologia do CDB.

Ademais, o indicador de preço do boi gordo fornecido pela ESALQ/BM&F é referência para o mercado e se baseia numa média ponderada dos preços nas principais regiões produtoras.

Soja - para a Soja, foi escolhido o preço máximo à vista da soja por saca de 60 kg na região da Mogiana, interior de São Paulo, igualmente no último dia útil do mês. O preço dado é o preço FOB, *free on board*, isto é, livre de custos de armazenagem, fretes ou seguros e colocados à disposição do comprador nos armazéns da região de Mogiana cujo município de referência é Orlândia, no norte do estado de São Paulo.

Os dados para esse ativo são fornecidos ao mercado pelo IEA (Instituto de Economia Agrícola) em parceria com a CATI (Coordenadoria de Assistência Técnica Integrada). Esses dois centros de estudos, filiados à Secretaria de Agricultura e Abastecimento do Estado de São Paulo, têm desempenhado com eficácia suas atividades e os preços divulgados por ela são referência para o mercado da soja no país.

A CATI tem buscado integrar-se cada vez mais com a sociedade e principalmente o produtor rural disponibilizando tecnologias, produtos e sementes, e desenvolvendo projetos e programas voltados à produção agrícola e capacitação profissional rural no Estado.

O IEA, por sua vez, tem atuado na difusão e transferência do conhecimento científico e tecnológico em economia agrícola para o desenvolvimento econômico.

CDB - para o mercado de renda fixa foi utilizada a taxa média CETIP do certificado de depósito bancário em percentual ao ano no primeiro dia útil de cada mês, sendo ajustado para as variações das taxas.

A CETIP – Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos, é uma das maiores empresas de custódia e liquidação financeira do país e da América Latina, e se constitui em um mercado de balcão organizado para o registro e negociação de valores mobiliários de renda fixa. Criada em 1986, concentra-se atualmente em garantir segurança e agilidade ao mercado financeiro. Assim, quem compra tem certeza da validade do título e quem vende tem certeza de que irá receber o valor da venda.

CDI - para o cálculo da rentabilidade do CDI foi usada a mesma metodologia do CDB.

3.3 INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Para a coleta dos dados da pesquisa serão utilizadas as informações necessárias para a construção das carteiras, obtidas no Jornal econômico Gazeta Mercantil. Dessa forma, serão utilizadas as cotações mensais no período de janeiro de 2001 até junho de 2002.

3.4 TRATAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS

Os dados coletados referentes às macro-carteiras serão tratados por meio da utilização do suplemento Solver do Microsoft Excel 2003, tendo como parâmetros de entrada as médias e os desvios padrões dos ativos, e as correlações entre si. O Solver é uma ferramenta aplicada no uso de uma variedade de métodos numéricos para solução e otimização de equações.

Mês/ano	Bovespa	Dólar	Ouro	Sel. gorda	Sel. seca	CDB	CDI
Jan01	0,113	0,079	-0,023	-0,021	-0,032	0,013	0,013
Fev01	-0,101	0,090	0,026	0,009	-0,140	0,012	0,012
Mar01	0,001	0,033	-0,014	-0,009	0,071	0,011	0,011
Abr01	0,030	0,010	0,020	0,025	0,071	0,010	0,012
Mai01	-0,010	0,130	-0,122	-0,011	0,096	0,012	0,012
Jun01	0,005	-0,012	-0,005	-0,005	-0,015	0,013	0,012
Jul01	-0,005	0,020	0,000	0,000	0,345	0,010	0,010
Ago01	0,002	0,015	0,041	-0,001	0,067	0,010	0,010
Sep01	-0,172	0,001	0,136	0,005	0,071	0,010	0,010
Out01	0,000	0,011	-0,044	0,000	0,000	0,010	0,010
Nov01	0,110	-0,000	-0,072	-0,001	0,000	0,010	0,010
Dez01	0,000	-0,010	-0,020	-0,000	0,007	0,010	0,010
Jan02	-0,000	-0,012	0,000	0,000	-0,071	0,010	0,010
Fev02	0,101	-0,031	0,002	0,000	-0,104	0,010	0,010
Mar02	-0,127	-0,012	0,007	-0,000	-0,000	0,010	0,010
Abr02	0,000	0,010	0,000	-0,000	0,071	0,010	0,010
Mai02	-0,017	0,000	0,122	0,040	0,170	0,010	0,010
Jun02	-0,104	0,000	0,000	0,000	0,270	0,010	0,010
Agosto02	-0,010	0,010	0,000	-0,000	0,000	0,010	0,010
Setembro02	-0,010	0,010	0,000	-0,000	0,000	0,010	0,010
Outubro02	-0,010	0,010	0,000	-0,000	0,000	0,010	0,010
Novembro02	-0,010	0,010	0,000	-0,000	0,000	0,010	0,010
Dezembro02	-0,010	0,010	0,000	-0,000	0,000	0,010	0,010

Quadro 1: Retorno mensal em relação ao índice Bovespa (cotação em reais)

Fonte: Gazeta Mercantil (2002)

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise dos resultados levará em consideração os sete ativos acima relatados. Estes ativos podem ser considerados representativos dos demais, visto que estão posicionados entre os mais importantes do mercado.

O primeiro passo foi então fazer a coleta dos dados na Gazeta Mercantil para os sete ativos começando do mês de Janeiro de 2001 até Junho de 2002. Na prática, também foi considerado o resultado de dezembro de 2000, como forma de levantar a rentabilidade para o mês de janeiro de 2001 para aqueles ativos cuja referência era o último dia útil do mês. Os dados encontrados podem ser vistos no Anexo II.

Em seguida, correlacionando dois a dois em meses consecutivos, encontrou-se a variação percentual, para mais ou para menos, entre esses meses. Foi a partir dessa matriz de dados, que se encontrou a média aritmética e a variância dos ativos (conforme Quadro 1).

Mês/Ano	Ibovespa	Dólar	Ouro	Boi gordo	Soja	CDB	CDI
Jan/01	0,158	-0,018	-0,023	-0,021	-0,037	0,013	0,013
Fev/01	-0,101	0,000	0,026	0,009	-0,140	0,012	0,012
Mar/01	-0,091	0,033	0,014	-0,001	0,011	0,011	0,011
Abr/01	0,033	0,018	0,039	0,025	0,011	0,013	0,012
Mai/01	-0,018	0,133	0,122	-0,011	0,099	0,012	0,012
Jun/01	-0,006	-0,012	-0,005	-0,005	-0,015	0,013	0,012
Jul/01	-0,055	0,028	0,000	0,036	0,345	0,015	0,014
Ago/01	-0,067	0,015	0,041	-0,002	0,057	0,015	0,015
Set/01	-0,172	0,061	0,135	0,059	0,071	0,015	0,015
Out/01	0,069	0,011	-0,044	0,060	0,000	0,016	0,015
Nov/01	0,138	-0,064	-0,072	-0,001	0,000	0,015	0,015
Dez/01	0,050	-0,019	-0,023	-0,020	-0,067	0,016	0,015
Jan/02	-0,063	-0,012	0,056	0,000	-0,071	0,015	0,015
Fev/02	0,103	-0,031	0,002	0,000	-0,154	0,015	0,015
Mar/02	-0,127	-0,012	0,007	-0,056	-0,046	0,015	0,015
Abr/02	0,068	0,016	0,035	-0,066	0,071	0,014	0,014
Mai/02	-0,017	0,068	0,122	0,045	0,178	0,015	0,015
Jun/02	-0,134	0,068	0,090	0,000	0,208	0,014	0,012
Aritmética	-0,0129	0,0157	0,0290	0,0029	0,0290	0,0140	0,0136
Variância	0,0088	0,0020	0,0032	0,0011	0,0144	0,0000	0,0000

Quadro 1: Rentabilidade em relação ao mês anterior (variação mensal)

Fonte: Gazeta Mercantil (2002)

A terceira etapa consistiu em somar 1 (+1) a esses dados de forma a obter o padrão das fórmulas para ambas aproximações $[\ln(1+r)]$ e, então, achar o logaritmo natural ($\ln$) desses números (essa tabela pode ser visualizada em anexo).

O quarto passo foi calcular a média geométrica para cada ativo dividindo-se o somatório dos logaritmos naturais encontrados para cada ativo, mês a mês, pelo número de observações, no caso, 18. Os resultados podem ser vistos na matriz-linha abaixo, com quatro casas decimais (Quadro 2).

	Ibovespa	Dólar	Ouro	Boi Gordo	Soja	CDB	CDI
Geométrica	-0,0175	0,0147	0,0271	0,0023	0,0221	0,0139	0,0135

Quadro 2: Médias Geométricas dos Ativos

Fonte: Dados do pesquisador (2003)

A quinta etapa foi construir a matriz variância-covariância para os ativos - matriz de ordem 7, (a matriz pode ser visualizada no anexo). Essa matriz é montada pela própria planilha Excel, através da opção "Ferramentas/Análise de Dados". Entra-se com os dados de origem, solicita-se uma matriz das covariâncias e o programa gera a matriz.

Na sexta e última etapa calculou-se as duas aproximações da Maximização da Média Geométrica proposta por Markowitz.

Para a primeira aproximação, encontrou-se um valor de 2,72%.

Para a segunda aproximação, encontrou-se um valor de 2,73%.

Como resultado o solver propôs a composição de uma carteira com apenas dois dos ativos, selecionados para ambas as aproximações: *ouro* e *soja*. Os recursos seriam então investidos de forma similar nas duas aproximações: em ouro, cerca de 95,5% e em soja, cerca de 4,5%. É certo que nessa carteira o nível de risco não seria mínimo, mas para um investidor pouco avesso ao risco estima-se uma boa probabilidade de bons retorno a longo prazo. Vale lembrar que, nesse caso, o curto prazo se refere a um período de 30 dias.

ATIVO	PARTICIPAÇÃO
Ibovespa	0%
Dólar	0%
Ouro	95,50%
Boi Gordo	0%
Soja	4,50%
CDB	0%
CDI	0%

Quadro 3: Composição da Carteira

Fonte: Dados do pesquisador (2003)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através das duas aproximações da maximização da média geométrica é possível estimar a média geométrica a partir da média aritmética e da variância. E ao se utilizar qualquer uma delas será estimada a taxa de crescimento a longo prazo da carteira.

Foi demonstrado nesse estudo, como se pode estimar o retorno esperado a longo prazo de uma carteira a partir da utilização da maximização da média geométrica, proposta por Markowitz. Ademais, não houve diferença significativa na composição das carteiras, nem tampouco nas taxas de retorno esperado, pelo uso da primeira ou da segunda aproximação.

Sem embargo, o retorno esperado de longo prazo ficou um pouco aquém do retorno esperado de curto prazo para a carteira. O retorno esperado de curto prazo era de 2,9%, enquanto que o retorno esperado pela média geométrica foi de 2,72% e 2,73% para as duas aproximações.

Quanto à composição das carteiras, vale atentar ao fato de que apenas dois ativos compõem a mesma: ouro e soja. Faz sentido esse resultado do ponto de vista de suas negociabilidades no mercado internacional; onde o primeiro é ativo de segurança e serve de proteção em casos de guerras ou graves crises. O segundo ativo é uma *commodity* do ramo alimentício cuja demanda tem aumentado bastante nos últimos anos e como consequência tem havido uma drástica elevação nos preços e boa rentabilidade para aqueles que investem no mesmo.

Enfim, a carteira que promete maior retorno a longo prazo pode não ser a ótima para o investidor. Ele pode preferir sacrificar retorno a longo prazo por estabilidade a curto prazo, ou pode preferir a carteira de mínima variância. Em outras palavras, para um investidor mais propenso ao risco ele poderá aceitar a carteira composta pela média geométrica; já um investidor muito avesso ao risco sempre preferirá a carteira de mínima variância.

Recomenda-se para estudos posteriores uma análise mais profunda do perfil do investidor, especialmente o brasileiro.

GLOSSÁRIO de Finanças. Disponível em: **REFERÊNCIAS**

<<http://www.estadiao.com.br/ext/economia/financas/glossario.htm>>. Acesso em: 15 jan.

ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado Financeiro**. São Paulo: Atlas, 1999.

GITMAN, Lawrence J. **Princípios de Administração Financeira**. 7. ed. São Paulo: Harbra, 1997. **Mercado Financeiro**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

ANDRADE, Maria Margarida de. **Introdução à Metodologia do Trabalho Científico**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1998.

BRITO, Ney Roberto Ottoni de (Org.). **Gestão de Investimentos**. São Paulo: Atlas, 1989. *Augusto Crousos, São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1982.*

BRITO NETO, Christóvão Thiago. **Uma análise de risco-retorno de fundo genérico**. Resumo para concurso da Abamec, 2001. *... Rio de Janeiro, 2000. Disponível em:*

<<http://www.fca.br/publicacoes/download/0072.pdf>>. Acesso em: 15 jan.

BUNCHAFT, Guenia; KELLNER, Sheilah R. de O. **Estatística sem mistérios**. 3. ed. Petrópolis/RJ: Vozes, 1997. v.1.

LIVINGSTONE, James M. *Pesquisa de Mercado: uma abordagem operacional*. São CESTARI, Walter. **Programa de Formação Geral e Desenvolvimento de Executivos em Administração: Mercado de Capitais**. Apostila de Curso de Pós-Graduação. Natal: DEPAD, 2000. *Harry M. Portfolio Selection, 2. ed. New York: J. Wiley & Sons, 1998.*

DICIONÁRIO Financeiro. Disponível em: *Francisco Alexandre de BALESTRASSI, Pedro* <http://www.sulinvest.com.br/a_dicionario.asp>. Acesso em: 15 jan. 2003. *medidas de*

dispersão. Departamento de Engenharia de Produção da Escola Federal de FELL, João Felipe Volkmer. **O Downside Risk e a Composição de Carteiras de Investimento**. Natal: DEPAD, 2002.

MOEIRA, Dêlo. *Métodos estatísticos para administradores e economistas*. São FIGUEIREDO, Antonio Carlos et al. **A utilização da teoria de carteiras de Markowitz e do Modelo de índice único de Sharpe no mercado de ações brasileiro em 1999**. São Paulo: BM&F, 2000. Disponível em:

<<http://www.bmf.com.br/pages/educacional1/publicacoes/resenha141.stm>>. Acesso em: 20 set. 2002.

GLOSSÁRIO de Finanças. Disponível em:

<<http://www.estadao.com.br/ext/economia/financas/glossario/r.htm>>. Acesso em: 15 jan. 2003.

GITMAN, Lawrence J. **Princípios de Administração Financeira**. 7. ed. São Paulo: Harbra, 1997.

HALFELD, Mauro. **Investimentos: como administrar melhor seu dinheiro**. 1. ed. São Paulo: Fundamento, 2001.

KAZMIER, Leonard J. **Estatística aplicada a Economia e Administração**. Trad. Carlos Augusto Crusius. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1982.

LAZO, Juan Guillermo Lazo. **Sistema híbrido genético-neural para montagem e gerenciamento de carteiras de ações**. Rio de Janeiro: 2000. Disponível em: <http://www.ica.ele.puc-rio.br/publucacoes/download/tes_0022.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2003.

LIVINGSTONE, James M. **Pesquisa de Mercado: uma abordagem operacional**. São Paulo: Atlas, 1982.

MARKOWITZ, Harry M. **Portfolio Selection**. 2. ed. New York: J. Willey & Sons, 1999.

MARQUES, Ericka Priscilla; OLIVEIRA, Francisco Alexandre de; BALESTRASSI, Pedro Paulo. **Quantificação da análise de riscos em investimentos usando medidas de dispersão**. Departamento de Engenharia de Produção da Escola Federal de Engenharia de Itajubá: Itajubá/MG.

MOREIRA, Délio. **Métodos estatísticos para administradores e economistas**. São Paulo: Loyola, 1975.

SÁ, Geraldo Tosta de. **Administração de Investimentos: teoria de carteiras e gerenciamento do risco**. Rio de Janeiro: Qualitymak, 1999.

APÊNDICE I

Mês/Ano	Novena	Dólar	Ouro	Bol. pardo	Soja	CDS	CRB
Jan01	0,158	-0,018	-0,073	-0,021	-0,027	0,079	0,013
Fev01	-0,101	0,039	0,106	0,002	0,140	0,012	0,011
Mar01	-0,081	0,033	0,034	-0,001	0,017	0,011	0,013
Abr01	0,083	0,018	0,039	0,003	0,011	0,013	0,012
Mai01	-0,018	0,133	0,122	0,011	0,029	0,012	0,012
Jun01	-0,066	-0,012	-0,006	0,006	-0,016	0,013	0,012
Jul01	-0,066	0,028	0,009	0,006	0,348	0,016	0,004
Ago01	-0,057	0,013	0,041	-0,002	0,057	0,016	0,015
Sep01	-0,072	0,061	0,136	0,000	0,071	0,016	0,016
Out01	0,008	0,071	-0,044	0,000	0,000	0,018	0,016
Nov01	0,108	-0,064	-0,072	-0,001	0,000	0,015	0,016
Dez01	0,000	-0,019	-0,021	-0,020	-1,087	0,016	0,015
Jan02	0,083	-0,012	0,006	0,000	0,071	0,016	0,013
Fev02	0,103	-0,031	0,002	0,006	0,154	0,016	0,015
Mar02	-0,127	-0,013	0,007	-0,006	-0,046	0,015	0,016
Abr02	0,008	0,016	0,005	-0,008	0,071	0,014	0,014
Mai02	-0,017	0,008	0,122	0,043	0,179	0,015	0,013
Jun02	-0,134	0,069	0,000	0,000	0,208	0,014	0,012
Aritmética	-0,0123	0,0137	0,0004	0,0020	0,0290	0,0140	0,0130
Variação	0,0008	0,0020	0,0002	0,0011	0,0164	0,0000	0,0000

APÊNDICE

Quadro 1: Retorno Mensal, Média Aritmética e Variância

Mês/Ano	Novena	Dólar	Ouro	Bol. pardo	Soja	CDS	CRB
Jan01	1,158	0,982	0,976	-0,020	0,963	1,013	1,013
Fev01	0,959	1,040	1,065	1,003	0,940	1,013	1,012
Mar01	0,909	1,033	1,014	1,000	1,011	1,011	1,011
Abr01	1,013	1,018	1,030	1,025	1,011	1,013	1,012
Mai01	0,902	1,133	1,122	0,989	1,029	1,010	1,012
Jun01	0,974	0,988	0,985	0,996	0,966	1,015	1,013
Jul01	0,945	1,028	1,010	1,036	1,340	1,016	1,014
Ago01	0,934	1,019	1,041	0,990	1,067	1,016	1,016
Sep01	0,808	1,039	1,113	1,000	1,071	1,016	1,015
Out01	1,060	1,011	0,940	1,000	1,000	1,016	1,016
Nov01	1,136	0,995	0,920	0,990	1,000	1,016	1,018
Dez01	1,050	0,991	0,977	0,983	0,933	1,016	1,015
Jan02	0,937	0,968	1,008	1,000	0,909	1,015	1,016
Fev02	1,105	0,903	1,000	1,000	0,818	1,015	1,015
Mar02	0,873	0,906	1,007	0,944	0,866	1,015	1,015
Abr02	1,003	1,016	1,036	0,940	1,071	1,014	1,014
Mai02	0,963	1,005	1,122	1,046	1,170	1,013	1,016
Jun02	0,096	1,005	1,000	1,000	1,208	1,014	1,012

Quadro 2: Retorno Mensal (média 1 - 11%)

APÊNDICE I

Mês/Ano	Ibovespa	Dólar	Ouro	Boi gordo	Soja	CDB	CDI
Jan/01	0,158	-0,018	-0,023	-0,021	-0,037	0,013	0,013
Fev/01	-0,101	0,000	0,026	0,009	-0,140	0,012	0,012
Mar/01	-0,091	0,033	0,014	-0,001	0,011	0,011	0,011
Abr/01	0,033	0,018	0,039	0,025	0,011	0,013	0,012
Mai/01	-0,018	0,133	0,122	-0,011	0,099	0,012	0,012
Jun/01	-0,006	-0,012	-0,005	-0,005	-0,015	0,013	0,012
Jul/01	-0,055	0,028	0,000	0,036	0,345	0,015	0,014
Ago/01	-0,067	0,015	0,041	-0,002	0,057	0,015	0,015
Set/01	-0,172	0,061	0,135	0,059	0,071	0,015	0,015
Out/01	0,069	0,011	-0,044	0,060	0,000	0,016	0,015
Nov/01	0,138	-0,064	-0,072	-0,001	0,000	0,015	0,015
Dez/01	0,050	-0,019	-0,023	-0,020	-0,067	0,016	0,015
Jan/02	-0,063	-0,012	0,056	0,000	-0,071	0,015	0,015
Fev/02	0,103	-0,031	0,002	0,000	-0,154	0,015	0,015
Mar/02	-0,127	-0,012	0,007	-0,056	-0,046	0,015	0,015
Abr/02	0,068	0,016	0,035	-0,066	0,071	0,014	0,014
Mai/02	-0,017	0,068	0,122	0,045	0,178	0,015	0,015
Jun/02	-0,134	0,068	0,090	0,000	0,208	0,014	0,012
Aritmética	-0,0129	0,0157	0,0290	0,0029	0,0290	0,0140	0,0136
Variação	0,0088	0,0020	0,0032	0,0011	0,0144	0,0000	0,0000

Quadro 1: Rentabilidade Mensal, Média Aritmética e Variação

Mês/Ano	Ibovespa	Dólar	Ouro	Boi gordo	Soja	CDB	CDI
Jan/01	1,158	0,982	0,978	0,979	0,963	1,013	1,013
Fev/01	0,899	1,000	1,026	1,009	0,860	1,012	1,012
Mar/01	0,909	1,033	1,014	1,000	1,011	1,011	1,011
Abr/01	1,033	1,018	1,039	1,025	1,011	1,013	1,012
Mai/01	0,982	1,133	1,122	0,989	1,099	1,012	1,012
Jun/01	0,994	0,988	0,995	0,995	0,985	1,013	1,012
Jul/01	0,945	1,028	1,000	1,036	1,345	1,015	1,014
Ago/01	0,934	1,015	1,041	0,998	1,057	1,015	1,015
Set/01	0,828	1,061	1,135	1,059	1,071	1,015	1,015
Out/01	1,069	1,011	0,956	1,060	1,000	1,016	1,015
Nov/01	1,138	0,936	0,928	0,999	1,000	1,015	1,015
Dez/01	1,050	0,981	0,977	0,980	0,933	1,016	1,015
Jan/02	0,937	0,988	1,056	1,000	0,929	1,015	1,015
Fev/02	1,103	0,969	1,002	1,000	0,846	1,015	1,015
Mar/02	0,873	0,988	1,007	0,944	0,955	1,015	1,015
Abr/02	1,068	1,016	1,035	0,935	1,071	1,014	1,014
Mai/02	0,983	1,068	1,122	1,045	1,178	1,015	1,015
Jun/02	0,866	1,068	1,090	1,000	1,208	1,014	1,012

Quadro 2: Rentabilidade Mensal mais 1 – (1+R)

Mês/Ano	Ibovespa	Dólar	Ouro	Boi gordo	Soja	CDB	CDI
Jan/01	0,146781	-0,01847	-0,02276	-0,02112	-0,03791	0,012521	0,01262
Fev/01	-0,10625	0	0,02557	0,008762	-0,15094	0,012225	0,011632
Mar/01	-0,09585	0,032177	0,013903	-0,0005	0,011138	0,010841	0,011336
Abr/01	0,032661	0,017938	0,038451	0,024595	0,011039	0,012423	0,01183
Mai/01	-0,01816	0,125134	0,114845	-0,01096	0,09431	0,012126	0,012225
Jun/01	-0,00612	-0,01187	-0,00471	-0,00521	-0,01511	0,012818	0,012027
Jul/01	-0,05689	0,027421	0	0,035657	0,296543	0,014692	0,013607
Ago/01	-0,06881	0,015283	0,039701	-0,0021	0,055056	0,014494	0,014396
Set/01	-0,18838	0,059023	0,126633	0,057042	0,068966	0,01479	0,014494
Out/01	0,066256	0,010742	-0,04542	0,057986	0	0,015873	0,014593
Nov/01	0,129184	-0,06593	-0,0744	-0,0006	0	0,015184	0,014494
Dez/01	0,04879	-0,01908	-0,02296	-0,0202	-0,06903	0,015578	0,014593
Jan/02	-0,06507	-0,01167	0,054299	0	-0,07408	0,014494	0,014494
Fev/02	0,098124	-0,0318	0,002198	0	-0,167	0,015184	0,014692
Mar/02	-0,13559	-0,01217	0,006976	-0,05742	-0,04657	0,01479	0,014494
Abr/02	0,0656	0,016169	0,033918	-0,06774	0,068966	0,013903	0,014297
Mai/02	-0,01725	0,066069	0,115469	0,043825	0,163648	0,014396	0,01479
Jun/02	-0,14375	0,065507	0,086361	0	0,188552	0,013706	0,012126
SOMA	-0,31473	0,264473	0,488079	0,042005	0,397583	0,250038	0,242742

Quadro 3: Logaritmo Natural da Variação Mensal Mais Um

	Ibovespa	Dólar	Ouro	Boi gordo	Soja	CDB	CDI
Ibovespa	0,009332	-0,00212	-0,00338	-0,00056	-0,0033767	2,25E-05	2,39E-05
Dólar	-0,00212	0,002071	0,002189	0,000405	0,0032951	-2,2E-05	-1,7E-05
Ouro	-0,00338	0,002189	0,003385	0,000434	0,0027366	-1,8E-05	-6,7E-06
Boi gordo	-0,00056	0,000405	0,000434	0,001134	0,0012401	8,34E-06	2,21E-06
Soja	-0,00338	0,003295	0,002737	0,00124	0,0152157	6,34E-06	-3,4E-06
CDB	2,25E-05	-2,2E-05	-1,8E-05	8,34E-06	6,342E-06	2,04E-06	1,69E-06
CDI	2,39E-05	-1,7E-05	-6,7E-06	2,21E-06	-3,443E-06	1,69E-06	1,71E-06

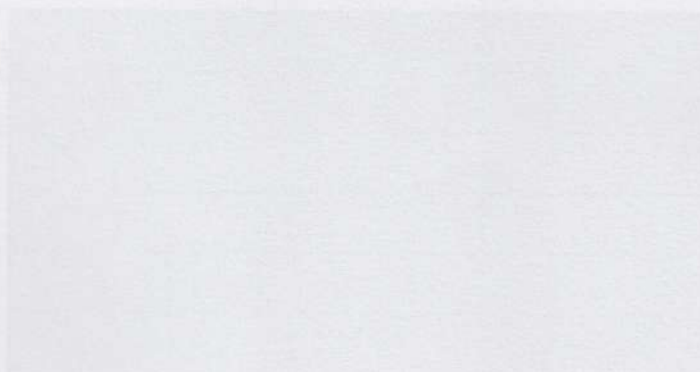
Quadro 4: Matriz Variância-Covariância

	Ibovespa	Dólar	Ouro	Boi Gordo	Soja	CDB	CDI
Geométrica	-0,0175	0,0147	0,0271	0,0023	0,0221	0,0139	0,0135

Quadro 5: Média Geométrica por Ativo

ANEXO I

Nesta aproximação estamos interessados em pontos ao redor de 1 como mostra o retângulo no gráfico abaixo:



ANEXOS

Gráfico 1: Logaritmo natural de X

Se gerarmos valores de r próximos a zero e ao redor de um como a tabela abaixo a realizarmos uma regressão simples com $\ln(1+r)$ no eixo y e r no eixo x , teremos resíduos que se comportam como uma parábola conforme nos mostra o gráfico 2 abaixo.

r	$1+r$	$\ln(1+r)$
-0.05	0.95	-0.05129
-0.04	0.96	-0.04082
-0.03	0.97	-0.03040
-0.02	0.98	-0.0202
-0.01	0.99	-0.01008
0.00	1	0
0.01	1.01	0.00995
0.02	1.02	0.019603
0.03	1.03	0.029559
0.04	1.04	0.039821
0.05	1.05	0.049373

Tabela 1: Valores de r e de $\ln(1+r)$

ANEXO I

Nesta aproximação estamos interessados em pontos ao redor de 1 como mostra o retângulo no gráfico abaixo:

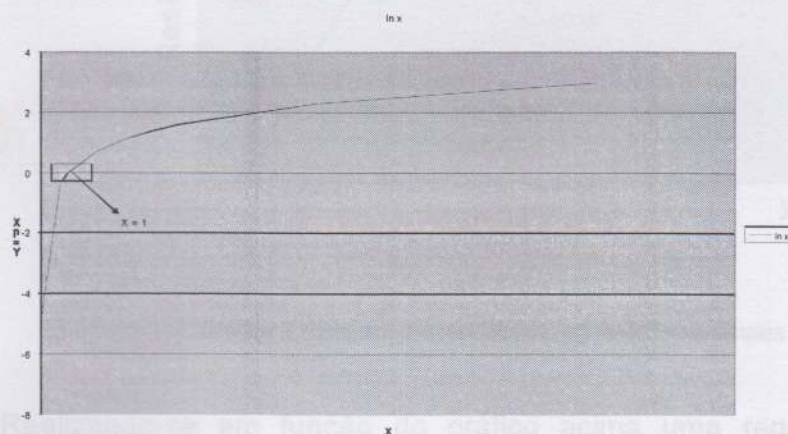


Gráfico 1: Logaritmo neperiano de X

Se gerarmos valores de r próximos a zero e ao redor de um como a tabela abaixo e realizarmos uma regressão simples com $\ln(1+r)$ no eixo y e r no eixo x , teremos resíduos que se comportam como uma parábola conforme nos mostra o gráfico 2 abaixo.

r	$1+r$	$\ln(1+r)$
-0,05	0,95	-0,05129
-0,04	0,96	-0,04082
-0,03	0,97	-0,03046
-0,02	0,98	-0,0202
-0,01	0,99	-0,01005
0,00	1	0
0,01	1,01	0,00995
0,02	1,02	0,019803
0,03	1,03	0,029559
0,04	1,04	0,039221
0,05	1,05	0,04879

Tabela 1: Valores de r e de $\ln(1+r)$

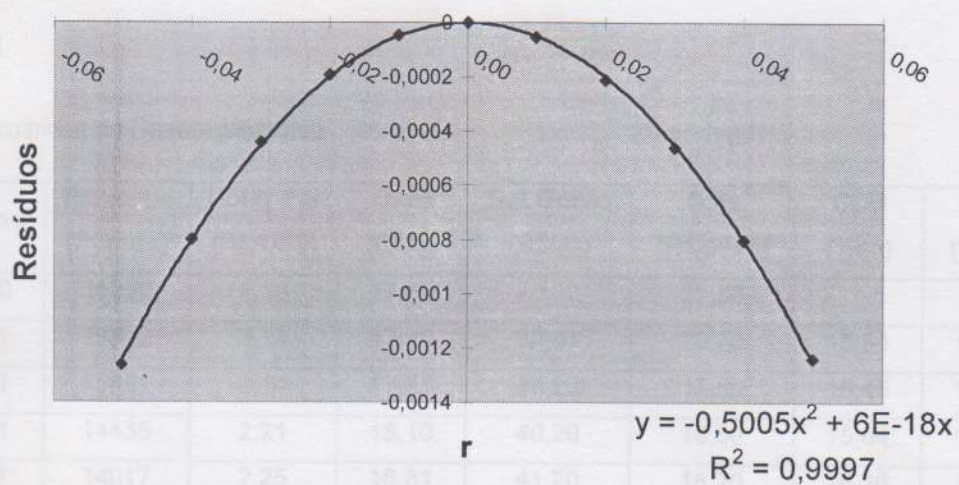


Gráfico 2: Plotagem dos resíduos da regressão linear simples

Realizando-se em função do gráfico acima uma regressão polinomial de grau 2 obtemos a reta de regressão, cuja fórmula pode ser vista no gráfico 3, com os coeficientes propostos por Markowitz.

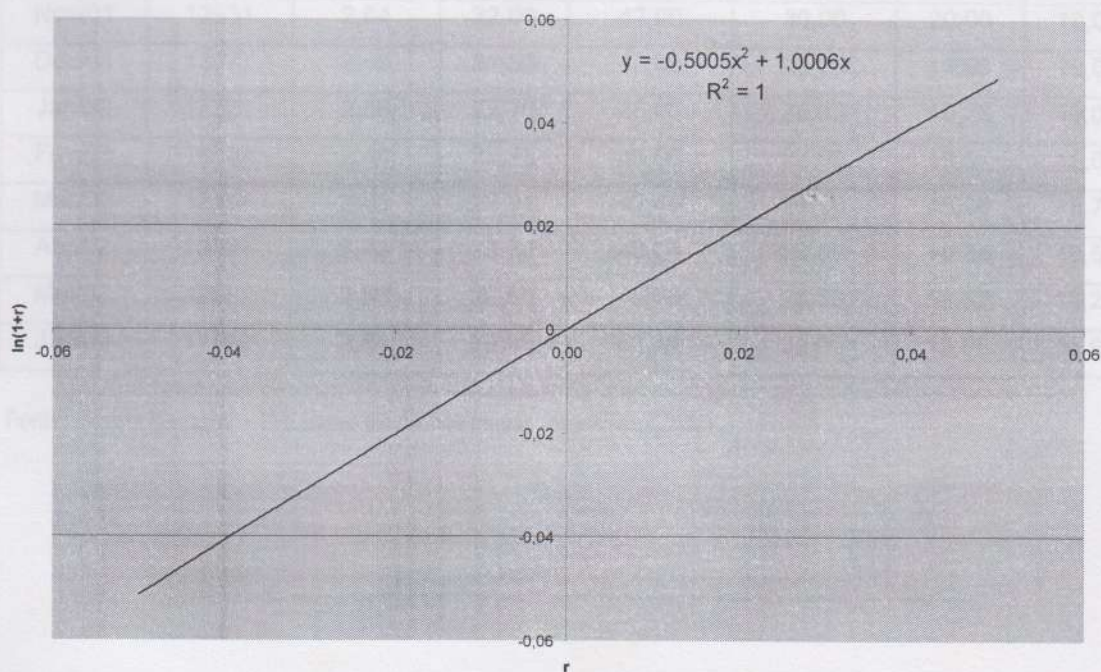


Gráfico 3: Regressão polinomial de grau 2 e coeficientes de Markowitz

ANEXO II

1 Dados colhidos na Gazeta Mercantil

Mês/Ano	Ibovespa (Pontos)	Dólar Par (R\$/US\$)	Ouro (R\$/g)	Boi Gordo (R\$/@)	Soja (R\$/60kg)	CDB (%aa)	CDI (% aa)
Dez/00	15259	2,18	17,80	40,72	21,50		
Jan/01	17672	2,14	17,40	39,87	20,70	15,84	15,73
Fev/01	15891	2,14	17,85	40,22	17,80	15,45	15,03
Mar/01	14438	2,21	18,10	40,20	18,00	15,04	15,09
Abr/01	14917	2,25	18,81	41,20	18,20	16,36	15,72
Mai/01	14649	2,55	21,10	40,75	20,00	16,63	16,22
Jun/01	14559	2,52	21,00	40,54	19,70	17,84	16,77
Jul/01	13754	2,59	21,00	42,01	26,50	19,32	18,29
Ago/01	12840	2,63	21,85	41,92	28,00	19,40	18,97
Set/01	10635	2,79	24,80	44,38	30,00	19,94	19,04
Out/01	11364	2,82	23,70	47,03	30,00	20,57	19,11
Nov/01	12931	2,64	22,00	47,00	30,00	20,00	19,03
Dez/01	13577	2,59	21,50	46,06	28,00	19,98	19,06
Jan/02	12721	2,56	22,70	46,06	26,00	19,23	19,02
Fev/02	14033	2,48	22,75	46,06	22,00	19,51	19,04
Mar/02	12254	2,45	22,91	43,49	21,00	18,96	18,79
Abr/02	13085	2,49	23,70	40,64	22,50	18,34	18,52
Mai/02	12861	2,66	26,60	42,46	26,50	18,52	18,27
Jun/02	11139	2,84	29,00	42,46	32,00	18,08	16,90

Fonte: Gazeta Mercantil – 1º e último dia útil nos meses respectivos (2003).